

YARI-RİJİT BA LANTILI ÇELİK ÇERÇEVE YAPILARIN TİTREME ÖZELLİKLERİNİN MODELLENMESİ

H.F. Özel¹, A.Sarıta² ve T. Tasbahji³

¹ *Doktora Öğrencisi, İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

² *Doçent Dr., İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

³ *Lisans Öğrencisi, İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

Email: asaritas@metu.edu.tr

ÖZET:

Yarı-rijit ba lantıların varlığı çelik çerçeve yapıların titreşim frekanslarını ve mod şekillerini önemli oranda etkileyebilmektedir. Bu tip yapılara etkiyen deprem yüklerinin doğru olarak tespit edilebilmesi içinse yarı-rijit çerçevelerin titreşim özelliklerinin doğru olarak modellenebilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada bu amaca yönelik olarak karma formülasyon çerçeve elemanı sunulacaktır. Bu elemanın türetimi üç alanlı Hu-Washizu-Barr ilkesine dayanmaktadır. Elemanın tutarlı kütle matrisi formülasyonla uyumlu olacak şekilde kuvvet bazlı yöntemle elde edilmiştir. Önerilen modelleme yöntemi de iken geometri ve malzeme da lımına kolayca uygulanabilmekte ve yarı-rijit ba lantılar eleman üstünde istenilen yere serbestlik derecesinde artırılmadan yerleştirilerek rijitlik ve tutarlı kütle matrisleri elde edilebilmektedir. Kolon kiriş ba lantılarının incelenmesinde literatürde var olan ölçüt örnekler dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda çalışmada, hem rijit ve hem de yarı-rijit ba lantı durumlarında titreşim frekansları ve mod şekilleri değerlendirilmiştir. Karşılaştırılabilirlik açısından I-kesitli de iken flanaj alanı gövde alanına sahip kiriş kesitleri incelenmiş, ayrıca çok katlı ve açıklıklı yarı-rijit çerçeve yapıların titreşim özellikleri karşılaştırılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER : Çelik çerçeve yapılar; Sonlu eleman modellemesi; Yarı-rijit ba lantı; Titreşim

1. GİRİŞ

Uygulamada çerçeve sonlu elemanlar ile yapılan çelik yapılar analizlerinde kolon kiriş ba lantıları kesme (mafsalsal) veya moment (ankastre) olarak kabul edilir. Aslında gerçek davranışın, moment ba lantılarda bir miktar esneklik ve kesme ba lantılarda ise bir miktar rijitlik içerdiği bilinmektedir. Gerçekte var olan bu durumun çalışmalarda dikkate alınması zorunluluğundan yarı-rijit ba lantılar üzerine çalışmalar yapılmasına yol açmıştır. Yarı-rijit ba lantıların doğrusal olmayan davranışını gözlemleyebilmek için elemanın uzunluğuna boyunca oluşan yayılı elastik-olmayan tepkinin ve histeretik davranışın dikkate alınması ve bu davranışlar için doğru modelleme stratejileri gerektirmektedir. Bu hususlarda çalışmalar yapılmasına karşın, yarı-rijit ba lantıların gerçek durumunu yansıtabilen uygulamalarının çalışılması halen devam eden bir araştırma konusu niteliindedir.

Araştırmacılar, son yıllarda yapıların dinamik davranışlarının etkilerini incelemekte ve birçok yapıların davranışlarında yarı-rijit ba lantıların etkisini göz önünde bulundurmaya karar vermiştir. Chui ve Chan [1] ve Nader ve Astaneh-Asl [2] yaptıkları sayısal analizlerle inde yarı-rijit çelik çerçeveler üzerinde laboratuvar testleri yürütmüş ve yarı-rijit ba lantıları anlatan sayısal çalışmalarla laboratuvar testleri arasında daha gerçekçi uyum elde etmişlerdir. Dolayısıyla her iki çalışmada da yarı-rijit ba lantıların çelik çerçevelerde gerekliliği görülmüştür. Araştırmacılara göre bir diğer konu, yarı-rijit ba lantıların doğru modellenmesi ihtiyacıdır. Nyugen ve Kim [3], Seculovic ve Salatic [4] ve Sekulovic ve Danilovic [5] doğrusal olmayan geometri ile elastik olmayan malzeme davranışını yaptıkları çalışmalarda uygulamalarıdır. Sekulovic ve Salatic [4], buna ek olarak, yapılar üzerindeki dinamik etkiler sırasında enerji dağılımı doğru elde etmek amacıyla, çerçeve elemanlarının uçlarında dashpotlar ilave etmiştir. Araştırmacılar çerçeve sistemlerinin dinamik yükler altında gerçek davranışını ortaya çıkarmak için yarı-rijit ba lantıları sistemlerine uygulamalarıdır. Salazar vd.[6]'nin

çalışmalarına göre, mafsallı binalara rijitlik tanıtmak çelik çerçeve tasarımı etkileyecektir. Çalışmalar, mafsallı binaların sisteme tanıtılmasının ekonomik olmayan çözümler ve daha az güvenilir tasarım elde edilmesini ortaya koymuştur. Böylece yapılan çalışmayla yarı-rijit binaların sistemde kullanılması ekonomik ve daha güvenli sonuçlar vereceği elde edilmiştir.

Sonlu elemanlarla geliştirilmiş çerçeve elemanları ile yarı-rijit binaların uygulamasında ayrı bir araştırma konusu olmuştur. Galvo vd. [7], Minghini ve Tullini [8], Silva vd. [9], Alaasam ve Mandal [10], Suarez, Singh ve Matheu [11] ve Hadianfand ve Rahnama [12] yaptıkları çalışmalarda amaçları yarı-rijit binalar ile çerçevelerin dinamik davranışlarını sonlu eleman modellerinde incelemek olmuştur. Çalışmalara göre, çelik yapılarda yarı-rijit binalar etkileri sistemlerinde önemli bir role sahiptir. Başka bir çalışmada çerçeve elemanların farklı binaları bir arada içeren bir hibrid model yapılmıştır. Razavi ve Abolmaali [13] çelik çerçeveler üzerinde rijit binaları ile yarı-rijit binaları birlikte çalıştıran bir model sunmuşlardır. Yüksek katlı binaların değerlendirilmesinde tamamen rijit çerçeveler ve hibrid çerçeveler arasında karşılaştırma yapılmıştır [13]. Hibrid çerçeve sisteminin performansı tamamen rijit çerçevelerden daha uygun olduğu ortaya çıkmıştır. Mevcut tasarım yöntemleri dinamik yükler altında yapıların davranışını modelleyebilmektedir. Sophianopoulos [14] çalışmaları ile geliştirilen yarı-rijit çerçeve modeli ile Eurocode 3 yaklaşımının karşılaştırmasını sunmaktadır. Sonuçlar, yapının ana modlarda sonuçların birbirine çok yakın olduğunu göstermiştir; ancak, yüksek modlarda, yarı-rijit binaların etkisi ortaya çıkmıştır [14]. Böylece, daha önce belirtildiği gibi, yarı-rijit binaların etkisi önemli bir konu olduğu kanıtlanmıştır.

Yukarıda ele alındığı gibi, yarı-rijit binaların mevcudiyeti titreşim frekansları ve çelik çerçeveli yapıların mod şekli etkilemektedir. Bu çalışmada karşılaştırmalı formülasyonlu çerçeve sonlu elemanların kuvvet bazlı yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem, üç-boyutlu Hu-Washizu-Barr ilkesini içerir. Önerilen yöntem, serbestlik derecesi artırılmasına gerek duymadan eleman üstünde herhangi bir bölgeye yarı-rijit binaların deprem kesit ve malzemeli elemanlarda uygulanabilmesine olanak sunmaktadır. Bu yöntemle rijit ve yarı-rijit binalar durumları için titreşim frekansları ve mod şekilleri gerçekçi olarak saptanabilmektedir. Doğrulama çalışmaları, ANSYS [15] ve SAP2000 [16] ile önerilen modelin sonuçları karşılaştırılmıştır.

2. ÇUBUK ELEMANI FORMÜLASYONU

2.1 Kinematik ilişkiler

Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak x - y düzlemindeki kesit malzeme noktalarının deformasyonu aşağıdaki formülle hesaplanabilir;

$$\begin{cases} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{cases} = \begin{cases} u(x) - y_n(x) \\ v(x) \end{cases} \quad (1)$$

Formülde $u_x(x, y)$ ve $u_y(x, y)$ x ve y yönündeki aksel ve yatay deplasmanları göstermektedir. $u(x)$ ise kirişin kesitindeki z eksenindeki dönmeyi ya da rotasyonu nitelendirmektedir.

Birim uzama matrisi, normal (x yönü) ve kesme (x - y düzleminde) birim uzamalardan oluşmaktadır. Kesit deformasyonları aşağıdaki formüllerden hesaplanmaktadır;

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} \\ \chi_{xy} \end{cases} = \begin{cases} u'(x) - y_n'(x) \\ -n(x) + v'(x) \end{cases} = \begin{cases} v_a(x) - y | (x) \\ x(x) \end{cases} = \mathbf{a}_s(y, z) \mathbf{e}(x) \quad (2)$$

formülde $\mathbf{e}(x)$ kesit deformasyon vektörüdür ve açılımı aşağıdaki gibidir;

$$\mathbf{e}(x) = [v_a(x) \quad x(x) \quad | (x)]^T \quad (3)$$

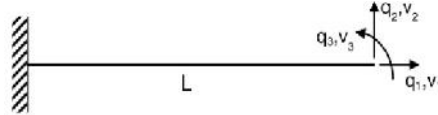
Denklem(3)'te, $v_d(x)$ x boyunca aksel deformasyonu, $\chi(x)$ y boyunca kesme deformasyonunu ve κ ise z aksı boyunca ekrilik olarak tanımlanmıştır. Kesit deformasyonları kesit referans deplasmanlarından denklem (2) sayesinde kolayca hesaplanabilir. Denklem (2)'deki $\mathbf{a}_s(y,z)$ matrisi hesabı ise şu şekildedir;

$$\mathbf{a}_s(y,z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2 Rijit Davranış Modları ve Kuvvet Enterpolasyon Denklemleri

Kiri elemanın türetimi 2 boyutlu ortamda her iki ucunda mevcut olan 3'er serbestlik derecesine ve toplamda 6 serbestliğe sahip toplam sistem yerine rijit davranış modlarından arındırılmış temel sistem kullanılarak gerçekleştirilecektir. Temel sisteme örnek olarak basit mesnetlenmiş kiriş durumunu dikkate almak mümkündür. Bu sisteme alternatif olarak şekil 1'deki konsol kiriş sisteminin kullanılması da mümkündür ve bu çalışmada sol uçundan ankastre konsol kiriş dikkate alınmıştır. Toplam sistemde eleman x doğrultusunda boyunca konumlandırılmıştır. Toplam sistem ile temel sistem arasındaki dönüşüm matrisi \mathbf{a} kullanılarak hesaplanır.

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}^T \mathbf{q}; \quad \text{where } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -L & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$



Şekil 1. Konsol Temel Sistem Kuvvet ve Deplasmanları

Rijit davranış modlarını ayırarak ve temel deformasyon modlarını kullanarak eleman deformasyon vektörü \mathbf{v} \mathbf{a} matrisindeki toplam dönüşüm deplasman vektörü \mathbf{u} 'dan hesaplanabilir. Temel sistemde böylece rijit modlar olmadığı için rijitlik matrisinde tekillik durumu ortadan kalkmış olur.

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \mathbf{u} \quad (6)$$

Denklem (5) ve şekil 1'de temel eleman kuvvetleri, \mathbf{q} gösterilmiştir. Eleman temel kuvvet vektörü \mathbf{q} kullanılarak kesit kuvvetleri $\mathbf{s}(x)$ \mathbf{a} matrisindeki gibi $\mathbf{b}(x,L)$ enterpolasyon matrisi kullanılarak hesaplanabilir;

$$\mathbf{s}(x) = \begin{bmatrix} N(x) & V(x) & M(x) \end{bmatrix}^T = \mathbf{b}(x,L) \mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x) \quad (7)$$

$$\mathbf{b}(x,L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (L-x) & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{s}_p(x) = \begin{bmatrix} L-x & 0 \\ 0 & L-x \\ 0 & (L-x)^2/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix}$$

Denklem (7) kullanılarak uç kuvvetleri ile kesit kuvvetleri arasında herhangi bir x uzaklıkta statik açıdan tam denge sağlanabilir. Kesit kuvvetleri aksel yük, $N(x)$, y yönü kesme yükü, $V(x)$, ve z aksına göre moment, $M(x)$ değerlerinden oluşur. Yukarıdaki denklemde ayrıca düzgün yayılı aksel yük, w_x ve yatay yüklerin, w_y özel çözümü $\mathbf{s}_p(x)$ de sunulmuştur. Ayrıca bu yaklaşımla herhangi bir yerde etkiyen noktasal veya yayılı yükler kolaylıkla özel çözüme dahil edilebilir.

2.3 Varyasyonel Temel ve Eleman Tepkisinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Elde Edilmesi

Eleman türetiminde varyasyonel temel olarak 3 alanlı Hu-Washizu fonksiyoneli kullanılmıştır. Bu fonksiyonelde bağımsız alanlar, eleman dönüşüm deplasmanları \mathbf{u} , eleman temel kuvvetleri \mathbf{q} , ve kesit deformasyonları \mathbf{e} 'dir. Hu-

Washizu fonksiyonelin kullanılmasıyla, Taylor vd. [17] ve Saritas ve Filippou [18] kiri sonlu elemanları önermektedir. Bu çalışmaların dinamik davranışa uyarlanması ağırlık kuvveti $\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}$ de yerinin fonksiyonle dahil edilmesi ile bu çalışmada sağlanmıştır. Bu ek ile D'Alembert prensibine göre dinamik denge şartları sağlanacaktır.

$$\delta\Pi_{HW} = \int_0^L \delta\mathbf{e}^T (\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) - \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} - \mathbf{s}_p(x)) dx - \delta\mathbf{q}^T \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{e}(x) dx + \delta\mathbf{q}^T \mathbf{a}_g \mathbf{u} + \delta\mathbf{u}^T \mathbf{a}_g^T \mathbf{q} + \delta\mathbf{u}^T \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} - \delta\mathbf{u}^T \mathbf{p}_{app} = 0 \quad (8)$$

Yukarıdaki formül genel Hu-Washizu fonksiyonelinin Barr [19] tarafından dinamik etkiye iletildiği halidir. Denklem (8)'de $\delta\mathbf{u}$, $\delta\mathbf{q}$ ve $\delta\mathbf{e}$ de yerleri herhangi bir de yer alabilen de yer kenlerdir, ayrıca ağırlık kuvvetindeki denklemler de yer ken formu sağlanması için gereken formüllerdir.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{p} \equiv \mathbf{p}_{app}; \quad \text{where } \mathbf{p} = \mathbf{a}_g^T \mathbf{q} \quad (9)$$

$$\mathbf{v} \equiv \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{e}(x) dx; \quad \text{where } \mathbf{v} = \mathbf{a}_g \mathbf{u} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) \equiv \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x) \quad (11)$$

Denklem (9) doğrusal ve doğrusal olmayan malzeme davranışını nitelendirmektedir ve bu formül her eleman için toplanıp sistemin hareket denklemini elde etmemizi sağlamaktadır. Nümerik integral kullanılarak sonuç elde edilmiştir. Visköz sönümlemenin yapıya etkilenmesi, formülün sol tarafına $\mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}$ eklenerek sağlanır ve burada \mathbf{c} sönümleme matrisidir. Burada reaksiyonlar, \mathbf{p} hem deplasmanlar \mathbf{u} hem de hız de yerleri $\dot{\mathbf{u}}$ tarafından etkilenerek viskoelastik ve viskoplastik modeller gibi olacaktır.

Lineer elastik malzeme davranışında kesit deformasyonları $\mathbf{e} = \mathbf{k}_s^{-1} \mathbf{f}_s$ formülünden hesaplanabilir. Burada \mathbf{k}_s kesit rijitlik matrisidir. Kesit deformasyonu \mathbf{e} matrisi denklem (10)'a yerleştirildiğinde aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\mathbf{a}_g \mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{f} \mathbf{q}; \quad \text{where } \mathbf{f} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{f}_s(x) \mathbf{b}(x, L) dx \quad (12)$$

Yukarıdaki denklemde \mathbf{f} temel sistemde esneklik (fleksibilite) matrisidir. \mathbf{f}_s ise kesit esneklik matrisidir ve kesit rijitlik matrisi \mathbf{k}_s 'den hesaplanır. Denklem (9)'un lineer elastik sistem için düzenlenmesi aşağıdaki gibidir;

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{app}; \quad \text{where } \mathbf{k} = \mathbf{a}^T \mathbf{f}^{-1} \mathbf{a} \quad (13)$$

Burada \mathbf{k} 6×6 eleman toplam rijitlik matrisidir. Bu noktada eleman formülasyonuna yarı-rijit bağlantılar eklenebilir. Yarı-rijit bağlantıların varlığı aşağıdaki formüllerle sisteme yukarıdaki formülün uzatılmış hali ile olarak etkilmiştir.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{Çerçeve} + \mathbf{v}_{Bağlantı}; \quad \mathbf{v}_{Çerçeve} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x)\mathbf{e}(x) dx; \quad \mathbf{v}_{Bağlantı} = \sum_{i=1}^{nYRB} \mathbf{b}^T(x_i) \mathbf{u}_{YRB,i} \quad (14)$$

ve $\mathbf{u}_{YRB} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{YRB}^{eksenel} \\ \mathbf{u}_{YRB}^{kesme} \end{bmatrix}^T$

Elemanın uzunluğu boyunca ilk integral sayısal olarak yayılı inelastik davranışı yakalamak için eleman boyunca sayısal integral kullanılarak hesaplanabilir ve n_{YRB} ise toplam yarı-rijit ba lantıların sayısı; Δ_{YRB} de yarı-rijit ba lantıların deformasyon vektörüdür. Küçük deplasmanlar altında yarı-rijit ba lantıların tanımlanması kuvvet mertebelerini etkilememektedir. Eleman esneklik matrisi de a a ıdaki gibi düzenlenir:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{\text{Çerçeve}} + \mathbf{f}_{\text{Ba lantı}}; \quad \mathbf{f}_{\text{Çerçeve}} = \int_L \mathbf{b}^T(x) \mathbf{f}_s(x) \mathbf{b}(x) dx; \quad \text{ve} \quad \mathbf{f}_{\text{Ba lantı}} = \sum_{i=1}^{n_{YRB}} \mathbf{b}^T(x_i) \mathbf{f}_{YRB,i} \mathbf{b}(x_i) \quad (15)$$

Denklem (10) ve (11) elemanın iç tepkisini ilgilendiren denklemlerdir. Bu iki denklem, Denklem (9)'dan ba ımsız çözülebilir ve sonra sonuçlar Denklem (9)'a yerleştirilerek bütün elemanlar için hareket denklemi oluşturulabilir. Bu türetim lineer elastik durumlar için Denklem 13'ü bize verecektir. Doğrusal olmayan davranış için artımsal/yinelemeli (incremental/iterative) bir çözüme ihtiyaç vardır. Bu çözüm esneklik matrislerinin nonlineer davranış altında hesaplanmasına ve Denklem (10)'daki eleman deformasyonlarının \mathbf{v} 'nin eleman kuvvetleri \mathbf{q} 'ya göre türevinin alınmasını gerektirir. Eleman tepkisinin nonlinear olduğu gibi ayrıca kesit rijitlik matrisinde de nonlineer durum gözlemlenebilir.

2.4 Kesit Davranışı

Kesit davranışının tanımlanmasında, düz kesitler deformasyon sonrası düz kalır prensibi kullanılmı tır. Böylece kesit deformasyonları \mathbf{e} 'den kesit üstündeki birim deformasyonlar uyum matrisi \mathbf{a}_s kullanılarak Denklem (2)'deki gibi hesaplanır. Burada uyum matrisine kesme düzeltme de eri $|_s$ 'in katılması gerekmektedir;

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_s(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & |_s & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Kesme düzeltme faktörü $|_s$ Charney vd. [20]'nin çalışmasında I-kesitler için a a ıdaki gibi önerilmiştir:

$$|_s = 1 / |; \quad \text{where} \quad | = 0.85 + 2.32 \frac{b_f t_f}{d t_w} \quad (17)$$

Kesit kuvvetleri gerilmelerinin integrasyonu ile malzeme tepkisi $\mathbf{s} = (\)$ kullanılarak hesaplanır;

$$\mathbf{s} = \int_A \mathbf{a}_s^T dA; \quad \text{where} \quad = \begin{pmatrix} \dagger_{xx} \\ \dagger_{xy} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Kesit kuvvetlerinin Denklem(18)'deki gibi kesit deformasyonlarına göre türevi te et rijitlik matrisini vermektedir;

$$\mathbf{k}_s = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{e}} = \int_A \mathbf{a}_s^T \frac{\partial (\)}{\partial \mathbf{e}} dA = \int_A \mathbf{a}_s^T \mathbf{k}_m \mathbf{a}_s dA \quad (19)$$

Malzeme te et matrisi \mathbf{k}_m gerilme de erlerinin birim deformasyonlara göre türevinin alınmasıyla $\mathbf{k}_m = (\) /$ ekinde hesaplanır. Denklem (18) ve (19)'daki kesit tepkisi, Gauss-quadrature, orta nokta (midpoint) ya da yamuk (trapezoidal) yöntemlerinden biri kullanılarak hesaplanabilir. Gauss-quadrature metodu lineer elastik davranış altında daha iyi sonuç verirken süreksiz gerilme-birim uzama ilişkilerinde orta nokta ya da yamuk metodu tercih edilebilir olmaktadır.

2.5 Kuvvet Bazlı Yayılı Kütle Matrisi

Konsol kiriş temel sistemde kütlelerin eleman boyunca yayılı olmasından ötürü, tutarlı kütle matrisinin çıkarımı kesit kütle matrisinin oluşturulması ile elde edilir. Kesit kütle matrisi Denklem (4)'teki \mathbf{a}_s ile a) daki formülden kolayca hesaplanabilir:

$$\mathbf{m}_s(x) = \int_A \mathbf{a}_s^T(x, y) \mathbf{a}_s dA; \quad (20)$$

Denklem (9)'da kullanılacak olan kuvvet bazlı elemanın tutarlı kütle matrisi, 6×6 boyutlarında Molins vd. [21]'e göre ve Soyda [22]'ye göre a) daki gibi hesaplanacaktır:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{00} & \mathbf{m}_{0L} \\ \mathbf{m}_{L0} & \mathbf{m}_{LL} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Yukarıdaki formüldeki kütle matrisi, alt matrislerin oluşturulmasıyla elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{LL} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, <) \mathbf{m}_s(<) \mathbf{f}_p(<) \mathbf{f}^{-1} d< \right) dx \\ \mathbf{m}_{L0} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, <) \mathbf{m}_s(<) (\mathbf{b}^T(0, <) - \mathbf{f}_p(<) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) d< \right) dx \\ \mathbf{m}_{0L} &= \mathbf{m}_{L0} = -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{LL} + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} dx \\ \mathbf{m}_{00} &= -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{L0} + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) (\mathbf{b}^T(0, x) - \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) dx \end{aligned} \quad (22)$$

Burada eleman esneklik matrisi \mathbf{f} Denklem (12)'de gösterildiği gibi, kısmi esneklik matrisi \mathbf{f}_p ise a) daki gibi hesaplanmaktadır:

$$\mathbf{f}_p(x) = \int_0^x \mathbf{b}^T(<, x) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \mathbf{b}(<, x) d< \quad (23)$$

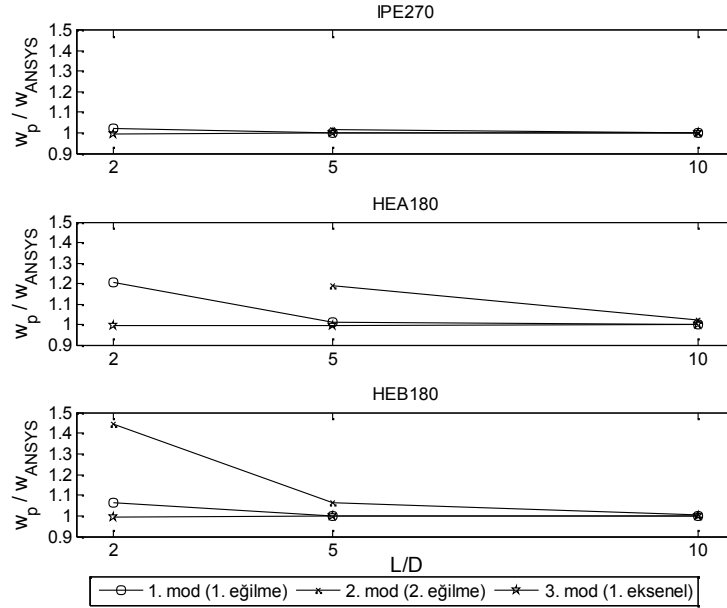
3. SAYISAL ÖRNEKLER

İlk örnekte IPE270, HEA180 ve HEB180 kesitli bir ucu ankastre bağırlı konsol kirişin rijit ve yarı-rijit bağırlı durumları karşılaştırılmıştır. Uzunluk/kesit derinliği oranı (L/d) 10, 5 ve 2 alınmıştır. Elastisite modülü, Poisson oranı ve özkütlesi sırasıyla 200 GPa, 0.3 ve 7832 kg/m³ alınmıştır. Yarı-rijit bağırlıların tanımladığı durumda bağırlı serbestlik oranı, 2, 11 ve 20 alınmıştır; bağırlının ilk rijiditesi ile kirişin ekleme rijiditesi EI/L değerleri arasındaki orandır. Önerilen model öncelikle rijit bağırlı durum için ANSYS kullanılarak karşılaştırılmıştır. Daha sonra SAP2000 kullanılarak önerilen yarı-rijit bağırlı modelin karşılaştırmaları yapılmıştır. Son örnekteyse Alaasam ve Mandal'ın [10] çalışmasında yer alan 6 katlı ve 3 açıklıklı modelin önerilen modelle karşılaştırılması yapılmıştır; modelin detayları [10]'da mevcuttur.

3.1 Rijit Bağırlı Konsol Kiriş

Bu bölümde eleman parça sayısının etkisi ve önerilen modelin geçerliliğinin kontrolü ANSYS modeli ile karşılaştırılarak ölçülmüştür. ANSYS sonlu eleman modelinde kesin sonuca ulaşmak için model ufak parçalara bölünmüştür ve 3 boyutlu katı elemanlar kullanılmıştır. Bu yüzden ANSYS modeli bu çalışmada için kontrol modeli kabul edilebilir. Şekil (2) de görüldüğü üzere ANSYS modeli ve önerilen modelin yakınsama çözümü özellikle IPE270 kesiti için uyum göstermektedir. HEA180 ve HEB180 kesitleri için ise 2. ekleme frekanslarında

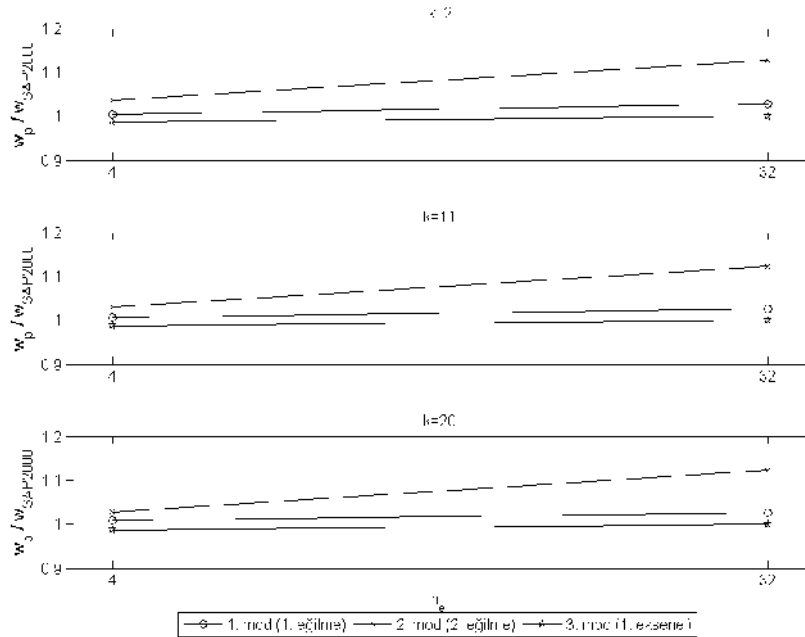
kısa kiri durumu için sapma olduğu görülmektedir. Bu sapmaların sonraki çalışmalarda incelenmesi ve hataların çözülmesi hedeflenmektedir.



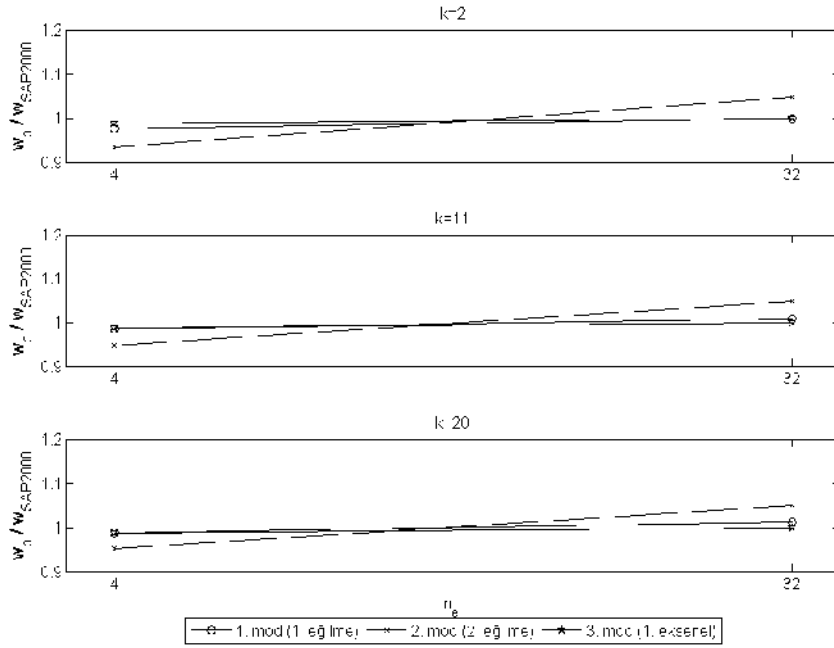
ekil 2. Rijit Ba lantılı Konsol Kiri için Önerilen Model ve ANSYS Sonuçlarının Kar ıla tırması

3.2 Yarı-Rijit Ba lantılı Konsol Kiri

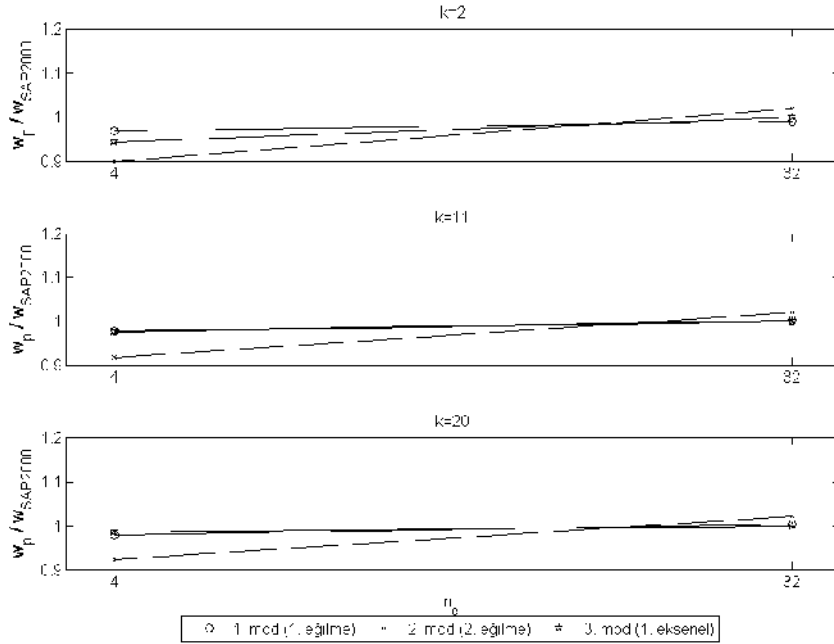
Bu bölümde IPE270 kesiti için konsol kiri e destek noktasında yarı-rijit ba lantılar tanımlıp dinamik davranı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmada SAP2000 modeli ile önerilen modelin kar ıla tırmaları yapılmıştır. ekil (3), (4) ve (5)'te farklı L/d oranları için SAP2000 ve önerilen model arasında uyum olduğu gözlemlenmiştir.



ekil 3. L/D=2 ve Yarı-Rijit Ba lantılı Konsol Kiri ler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Kar ıla tırması



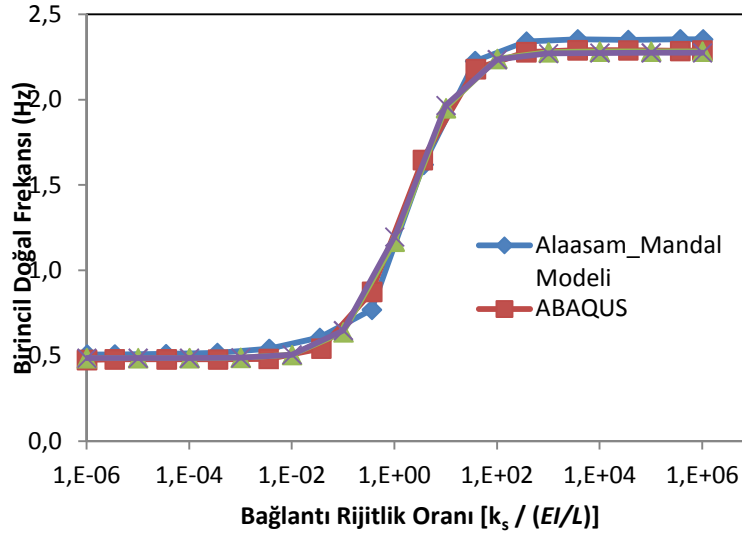
ekil 4. L/D=5 ve Yarı-Rijit Ba lantılı Konsol Kiri ler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Kar ıla tırması



ekil 5. L/D=10 ve Yarı-Rijit Ba lantılı Konsol Kiri ler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Kar ıla tırması

3.3 6 Katlı 3 Açıklıklı Yarı-Rijit Ba lantılı Çelik Çerçeve

Bu bölümde çok katlı ve çok açıklıklı çelik çerçevelerde kiri uçlarında var olan yarı-rijit ba lantıların temel titreşim modu üzerine etkisi incelenmiştir. ekil (6)'da görüldü ü üzere önerilen model, SAP2000 modeli ve Alaasam ve Mandal'ın [10] ABAQUS kullanarak elde ettiği sonuçlar neredeyse birebir uyumludur.



Şekil 6. Alaasam ve Mandal [10] Modeli ile Önerilen Modelin Kıyaslaması

4. SONUÇ

Önerilen sonlu eleman kiriş modelinin rijit bağlantı durumları için titreşim frekanslarını tespit etmede ANSYS ile gerçekçi sonuçlar verdiği görülmüştür. Yarı-rijit bağlantı durumları için sunulan elemanın tepkisinin SAP2000'e göre daha az elemanla daha doğru sonuçlar verebildiği görülmüştür. Çok katlı ve çok açıklıklı yarı-rijit bağlantılı çelik çerçevelerin titreşim ve deprem analizlerinde, geliştirilen modelin titreşim frekanslarını gerçekçi olarak yakalayabildiği görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Chui, P.P.T., Chan, S.L. (1997). Vibration and deflection characteristics of semi-rigid jointed frames. *Engineering Structures* **19:12**, 1001-1010.
- [2] Nader, M.N., Astaneh-Asl, A. (1996). Shaking table tests of rigid, semirigid, and flexible steel frames. *Journal of Structural Engineering* **122**, 589-596.
- [3] Nguyen, P.C. ve Kim, S.E. (2013). Nonlinear elastic dynamic analysis of space steel frames with semi-rigid connections. *Journal of Constructional Steel Research* **84**, 72-81.
- [4] Sekulovic, M., R. Salatic, ve Nefovska, M. (2002) Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. *Computers and Structures* **80**,935-955.
- [5] Sekulovic, M. ve Danilovic, M.N. (2008) Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **30**, 976-989.
- [6] Salazar, A.R., E. Bojórquez, A. Haldar, A.L. Barraza, ve Salas, J.L.R. (2014) Seismic response of 3D steel buildings considering the effect of PR connections and gravity frames. *The Scientific World Journal*, 13.
- [7] Galvao, A.S., Silva, A.R.D., Silveira, R.A.M., Goncalves, P.B. (2010). Nonlinear dynamic behavior and instability of slender frames with semi-rigid connections. *International Journal of Mechanical Sciences* **52**, 1547-1562.
- [8] Minghini, F., N. Tullini, ve Laudiero, F. (2010) Vibration analysis of pultruded FRP frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **32**, 3344-3354.

- [9] Da Silva, J.G.S., De Lima, L.R.O., Da S. Vellasco, P.C.G., De Andrade, S.A.L., De Castro, R.A. (2008). Nonlinear dynamic analysis of steel portal frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **30**, 2566-2579.
- [10] Al-Aasam, H.S., Mandal, P. (2013). Simplified procedure to calculate by hand the natural periods of semirigid steel frames. *Journal of Structural Engineering* **139**, 1082-1087.
- [11] Suarez, L.E., M.P. Singh, ve Matheu, E.E. (1996) Seismic response of structural frameworks with flexible connections. *Computers and Structures* **58:1**, 27-41.
- [12] Hadianfard, M.A. ve Rahnama, H. (2010) Advanced nonlinear time-history analysis of partially restrained steel frames by using integrated equations of motion, in *Proceedings of the International Conference on Computing in Civil and Building Engineering* W. Tizani, Editor, Nottingham University Press.
- [13] Razavi, M. ve Abolmaali, A. (2014) Earthquake resistance frames with combination of rigid and semi-rigid connections. *Journal of Constructional Steel Research* **98**, 1-11.
- [14] Sophianopoulos, D.S. (2003). The effect of joint flexibility on the free elastic vibration characteristics of steel plane frames, *Journal of Constructional Steel Research* **59**, 995-1008.
- [15] ANSYS, Workbench 2.0 Framework, (2011).
- [16] SAP2000, Structural Analysis Program SAP 2000, CSI Berkeley, CA. , (2011).
- [17] Taylor, R.L., Filippou, F.C., Saritas, A., Auricchio, F. (2003). Mixed finite element method for beam and frame problems, *Computational Mechanics* **31:1-2**, 192-203.
- [18] Saritas, A., Filippou, F.C. (2009). Inelastic axial-flexure–shear coupling in a mixed formulation beam finite element, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **44:8**, 913-922.
- [19] Barr, A.D.S. (1966). An Extension of the Hu-Washizu variational principle in linear elasticity for dynamic problems, *Journal of Applied Mechanics*, **June**, 465.
- [20] Charney, F.A., Iyer, H., and Spears, P.W. (2005). Computation of major axis shear deformations in wide flange steel girders and columns, *Journal of Constructional Steel Research* **61**, 1525–1558.
- [21] Molins, C., Roca, P., Barbat, A.H. (1998). Flexibility-based linear dynamic analysis of complex structures with curved-3D members, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* **27:7**, 731-747.
- [22] Soydas (2013). A Three dimensional mixed formulation nonlinear frame finite element based on Hu-Washizu functional, Doktora Tezi, İnönü Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye