BİLECİK ÇEVRESİNDE DEPREM TEHLİKESİNİN SAKLI MARKOV MODELİ İLE TAHMİNİ

C.E. Can[1], G. Ergün[2] ve C. Gökçeoğlu[3]

[1] *Araştırma Görevlisi, İstatistik Bölümü, Hacettepe Üniversitesi, Beytepe, Ankara*
[2] *Profesör, İstatistik Bölümü, Hacettepe Üniversitesi, Beytepe, Ankara*
[3] *Profesör, Jeoloji Müh. Bölümü, Hacettepe Üniversitesi,Beytepe, Ankara*
Email: cerencan@hacettepe.edu.tr

ÖZET:

Deprem, yapılar üzerindeki hasar verici etkisi nedeniyle, mühendislik projelerinde titizlikle dikkate alınması gereken önemli bir doğal tehlikedir. Çeşitli yaklaşımlarla deprem tehlikesi belirlenmekte ve buna bağlı olarak çalışılan sahada oluşacak en büyük yer ivmesi gibi deprem parametreleri ortaya konulmaktadır. Türkiye'nin en büyük iki kenti olan İstanbul ve Ankara arasında yer alan, dolayısıyla önemli karayolu ve demiryolu'nun geçtiği, buna bağlı olarak birçok mühendislik yapısının inşa edilmekte olan Bilecik'in merkez olduğu 100 km çapındaki bir alanda oluşacak depremlerin Saklı Markov Modeli (SMM) ile tahmin edilmesi bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Markov Modelleri (MM), ele alınan sistemin durumlarının ve bu durumlara ilişkin olasılıkların bilindiği herhangi bir t zamanındaki çıktısının gözlem olarak adlandırıldığı stokastik bir yaklaşımdır. Ancak, gerçek uygulamalarda çoğu zaman ilgilenilen sistemin izlenebilir olması mümkün değildir. Bu durum, MM' nin uygulama alanlarını daraltan önemli bir sorundur. SMM, kısmen gözlemlenebilen bu stokastik süreçler üzerinde istatistiksel çıkarsamalar yapılmasında güçlü ve esnek bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, SMM bu çalışmada da tercih edilmiştir. Günümüzde, deprem doğasının ve davranışının anlaşılması, büyük depremlerin oluşturacağı tehlikenin belirlenmesinde ve dolayısıyla yapılacak analizler için de önemli bilgiler sağlamaktadır. Bu çalışmada, 1900 ve 2012 yılları arasında çalışma sahasında meydana gelmiş ve büyüklüğü M≥ 4 olan depremlerin yıllık frekansları Poisson-SMM ile değerlendirilmiştir. Gelecek 35 yıllık bir periyod (2013-2047) için, her yıl $M \geq 4$ büyüklüğünde oluşacak olan depremlerin frekansları tahmin edilerek, çalışma sahası için deprem tehlikesi belirlenmeye çalışılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Saklı Markov modeli, Poisson Süreci, EM algoritması, Bilecik.

1. GİRİŞ

Poisson dağılımı, sayımla elde edilen verilerin açıklanmasında kullanılan geleneksel bir yaklaşımdır. Bu nedenle, belli bir zaman içerisinde meydana gelen depremlerin frekanslarının stokastik modellenmesinde Poisson süreçleri (PS) tercih edilmektedir. Belleksizlik özelliği taşıması nedeniyle, serisel bağımlılık içeren verilerin zaman içindeki değişimlerinin açıklanmasında PS yetersiz kalmaktadır (Zucchini vd. 2009). Ayrıca, Poisson dağılımının ortalama ve varyans değerlerinin birbirine eşit olması, aşırı yayılım gösteren verilerin modellenmesinde uygun değildir (Zucchini vd. 2009). Ardışık zaman aralıklarında toplanan verilerdeki bağımlılık yapısının gösterilmesinde en yaygın olarak Markov zincirleri kullanılmaktadır. Deprem tehlikesi tahmin problemlerinde, Markov zincirlerinin deterministik fonksiyonları çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Buna rağmen, ilk kez 1966 yılında Baum ve Petrie tarafından **'Sonlu Durumlu Markov Zincirlerinin Olasılıksal Fonksiyonları'** olarak tanıtılan Saklı Markov Modeli (SMM) deprem tahminlerinde son yıllarda ön plana çıkmıştır.

SMM'de, sistemin herhangi bir anda içinde bulunduğu durumun bilinmediği varsayılmaktadır (Cappe vd. 2005). Burada, 'saklı' ifadesi sistemin izlediği sürecin çıktılarının gözlemlenememesinden dolayı kullanılmaktadır. 'Markov' ifadesi ise, saklı sürecin Markov özelliği taşımasından gelmektedir. Gözlemler, sistemin izlediği sürecin etkisi altında olan başka bir sürecin çıktısı olarak tanımlanmaktadır. Gözlemlenebilen bu süreç aracılığıyla, sistemin saklı durumuna ilişkin problemler incelenmektedir. Tüm istatistiksel çıkarsamalar bu gözlemler üzerinden yapılmaktadır.

Bu çalışmada, *belirtilen ardışık zaman aralıklarında gerçekleşen depremlerin frekanslarının Poisson dağılım ailesinden türetildiği ve bu ailenin oran parametresinin homojen bir Markov zinciri olduğu Poisson-SMM (PSMM)* ile, 1900 ve 2012 yılları arasında Bilecik'in merkez olduğu 100 km çapındaki bir alanda meydana gelmiş ve büyüklüğü $M \geq 4$ olan depremlerin yıllık frekansları modellenmiştir. Gelecek 35 yıllık bir periyod (2013-2047) için, her yıl $M \geq 4$ büyüklüğünde oluşacak olan depremlerin frekansları tahmin edilerek, çalışma sahası için deprem tehlikesi belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca PSMM'den elde edilen tahmin sonuçları, PS ile karşılaştırılmıştır. Bilecik, Türkiye'nin en büyük iki kenti olan Ankara ile İstanbul arasındadır. Bu özelliği dolayısıyla köprü, viyadük, tünel gibi birçok ulaşım yapısının inşa edileceği bir yer olma özelliğine sahiptir. Bunlara ek olarak, dünyanın sismik açıdan en aktif bölgelerinden biri olan Kuzey Anadolu Fay Zonu yakınında bulunmaktadır. Tüm bu özellikler dikkate alınarak, Bilecik ve çevresi bu araştırmanın çalışma sahasını oluşturmuştur.

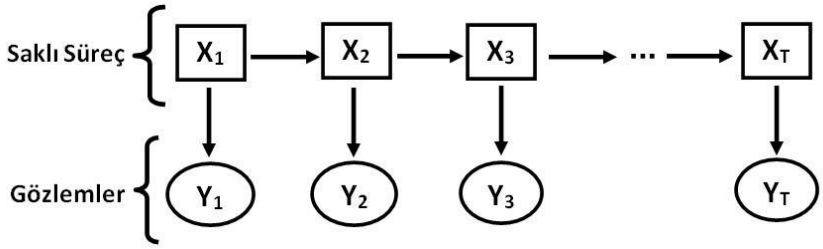
2. SAKLI MARKOV MODELİ (SMM)

Markov modelleri, ele alınan sistemin durumlarının ve bu durumlara ilişkin olasılıkların bilindiği ve herhangi bir t zamanındaki çıktısının gözlem olarak adlandırıldığı stokastik bir modeldir. Ancak, gerçek uygulamalarda çoğu zaman ilgilenilen sistemin izlenebilir olması mümkün değildir. Bu durum, Markov modellerinin uygulama alanlarını daraltan önemli bir sorundur (Rabiner 1989). SMM, sistemin durumlarının doğrudan gözlemlenemediği stokastik modelleme problemleri için uygun bir seçenektir. Burada, `saklı' ifadesi sistemin izlediği sürecin çıktılarının gözlemlenememesinden dolayı kullanılmaktadır. `Markov' ifadesi ise, saklı sürecin Markov özelliği taşımasından kaynaklanmaktadır. SMM'de gözlemler, sistemin izlediği sürecin etkisi altında olan başka bir sürecin çıktısı olarak tanımlanmaktadır. Burada, gözlemlenebilen bu süreç aracılığıyla, sistemin saklı durumuna ilişkin problemler incelenmekte ve tüm istatistiksel çıkarsamalar gözlemlenebilen bu süreç üzerinden yapılmaktadır.

Kesikli dizin kümesi $T = \{1,2,\cdots,T\}$ olmak üzere, SMM kesikli zamanlı ikili bir stokastik süreç $(X,Y) = (X_t,Y_t)_{t\in T}$ olarak tanımlanır (Ephraim vd. 2002, Cappe vd. 2005; Zucchini vd. 2009). Bu süreçler,

- $X = (X_t)_{t\in T}$ süreci, kesikli zamanlı, homojen, sonlu-durumlu Markov zinciridir ve saklı süreç olarak tanımlanır. X_t , t anında sistemin içinde bulunduğu durumdur.
- $Y = (Y_t)_{t\in T}$ süreci, X saklı sürecinin etkisi altında ortaya çıkan gözlemlenebilen süreç olarak tanımlanmaktadır. Y_t , t anında meydana gelen gözlemdir.

SMM'de, X ve Y süreçlerinin arasındaki ilişki bir dinamik Bayes ağı oluşturmaktadır. Bu yapı, Şekil 1'de gösterilmektedir (Cappe vd. 2005; Ghahramani 2001**) :**



Şekil 1. SMM'nin Yapısı

SMM aşağıda verilen bileşenlerden oluşur (Alpaydın 2010; Rabiner 1989):

i. **N Durum Sayısı:**
N, kesikli yapıda olan saklı durumlarının sayısıdır. PSMM'de saklı durumlar farklı Poisson dağılımlarına ilişkin oran parametreleridir. N-durumlu PSMM'de, durum kümesi $\lambda = \{\lambda_1, \cdots, \lambda_N\}$ olarak belirlenmiştir.

ii. **Durum Geçiş Olasılıkları Dağılımı:**
X saklı süreci için, $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ saklı durumlar arası geçiş olasılıkları matrisidir. $\forall \lambda_i, \lambda_j \in \lambda$ için, $a_{ij} = P(X_{t+1} = \lambda_j | X_t = \lambda_i)$' dir. Bu matris, λ oran parametrelerinin bir-adım geçiş olasılıklarını vererek, gelecek bir zamanda oluşacak gözlemin hangi Poisson dağılımından türetildiğine ilişkin olasılıkları vermektedir:

iii. **Gözlemlerin Tanım Kümesi ve Parametrik Dağılım Ailesi:**
X saklı sürecinin etkisi altında oluşan, Y gözlemlenebilen sürecinin ait olduğu parametrik dağılım ailesi belirlenerek gözlemler kümesi oluşturulur. Belirlenen dağılım ailesinin parametreleri, saklı durumlardır. Bu çalışmada, gözlemlerimiz 1900-2012 yıları arasında gerçekleşen $M \geq 4$ büyüklüğündeki depremlerin yıllık frekansları olmasından dolayı, Poisson dağılım ailesi kullanılmaktadır. Bu nedenle, gözlemlerin tanım kümesi negatif olmayan tamsayılardır $Y \in y = \{0,1,2,\cdots\}$.

iv. **Gözlem Olasılıkları Dağılımı:**
Belirlenen dağılım ailesine bağlı olarak, herhangi bir t anında sistemin içinde bulunduğu saklı durum bilindiğinde, gözlemlerin olasılık dağılımı oluşturulmalıdır. PSMM'de, t anında sistem λ_i durumunda olduğunda, gözlem olasılıkları dağılımı aşağıdaki gibidir:

$$P(Y_t = y | X_t = \lambda_i) = e^{-\lambda_i} \frac{(\lambda_i)^y}{y!}, \quad y = 0,1,2,\cdots$$
$$= 0, \quad diğer\ y\ değerleri$$

v. **Başlangıç Durum Dağılımı**:
X saklı sürecinin ilk olasılık vektörü, $\pi = [\pi_1, \cdots, \pi_N]$ vektörüdür. $1 \leq i \leq N$ olmak üzere, $\forall \lambda_i \in \lambda$ için, başlangıç olasılıkları $\pi_i = P(X_1 = \lambda_i)$' dir.

SMM' nin gözlenmiş/ölçülmüş verilere uygulanması aslında üç temel problemin çözümüdür. Bunlar aşağıda maddeler halinde belirtilmektedir (Alpaydın 2010; Ibe 2010; Rabiner 1989):

i. **Değerlendirme Problemi:**
Model parametreleri verildiğinde, $Y^T = (Y_1 \cdots Y_T)$ gözlem dizisinin hesaplanması ile ilgilenilir. Gözlem dizisi olasılığı olabilirlik fonksiyonu olarak düşünülebilir. Bu durumda, değerlendirme probleminin çözümü verilen bir modelle gözlemlerin ne kadar uyuştuğunu göstermektedir. Çeşitli modeller arasından en iyi olan seçilmeye çalışılıyorsa, çözüm gözlemlerle uyuşan en iyi modeli seçme şansını verecektir.

ii. **Kodlama Problemi:**
Bir gözlem dizisi ve model parametreleri verildiğinde, belirtilen gözlemleri en yüksek olasılıkla üreten optimal saklı durum dizisinin belirlenmesi problemidir. Bu problemin çözümü, modelin saklı olan kısmını açığa çıkarmaktadır.

iii. **Eğitim Problemi**
Y^T gözlem dizisi olasılığı maksimize edilecek şekilde model parametrelerinin elde edilmesi problemidir. Sistemin herhangi bir t anında içinde bulunduğu durum bilinmediğinden, bu problemin analitik bir çözümü yoktur. İteratif yöntemler kullanılarak model parametreleri elde edilir. Burada, EM algoritması kullanılarak PSMM parametreleri elde edilmiştir.

Bu çalışmada, yukarıda belirtilen problemler PSMM kapsamında incelenmektedir. Bilecik'in merkez olduğu 100 km çapındaki bir alanda $M \geq 4$ büyüklüğünde meydana gelecek depremler için frekans değerleri tahmin edilmektedir. Çalışmada kullanılan veriler, Boğazici Üniversitesi Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü kataloglarından sağlanmıştır (UDİM, 2013). Ayrıca tahmin sonuçları, PS ile yapılan modellemede elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmaktadır.

3. MODELLEME SONUÇLARI

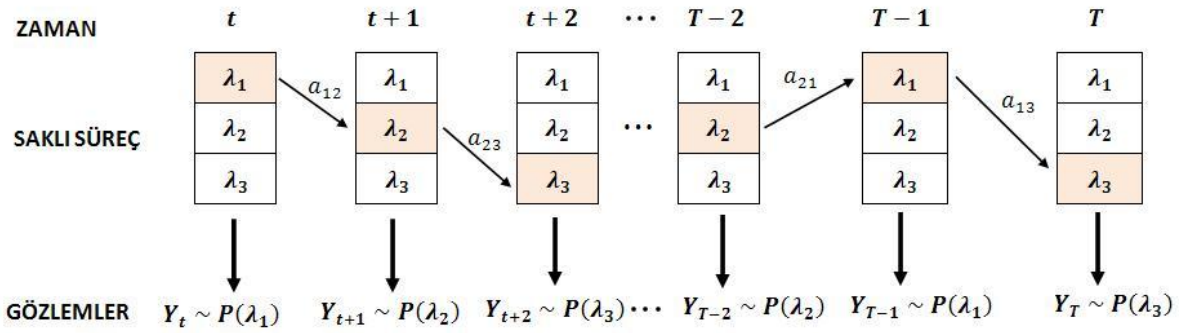
PSMM ile çalışılan sahadaki deprem tehlikesinin belirlenebilmesi için ilk olarak, gözlemlerin en iyi şekilde açıklanmasında gerçekte kaç tane saklı duruma ihtiyaç duyulduğuna karar verilmelidir. Çünkü, sistemin durum sayısına bağlı olarak yapılacak istatistiksel çıkarsamalar değişmektedir. Modelin olabilirlik (L) değeri dikkate alındığında, artan N değeri ile birlikte modelin veriye olan uyumu da artmaktadır (Zucchini vd. 2009). Fakat, bu uyum artışıyla birlikte model parametrelerinin sayısında karesel bir artış oluşmaktadır. Dolayısıyla, modelin veriye olan uyum derecesi ile model parametrelerinin sayısı dengelenmelidir.

Akaike Bilgi Kriteri $(AIC = -2\ln L + 2p)$ ve Bayes Bilgi Kriteri $(BIC = -2\ln L + p\ln T)$ kullanılarak, optimum N değerine karar verilir (Zucchini vd. 2009). Optimum N değerine karar verildikten sonra, belirlenen N-durumlu PSMM kullanılarak tahminlere geçilir. $1900 - 2012$ yıllarında gerçekleşen $M \geq 4$ büyüklüğündeki depremlerin yıllık frekansları, PS ve $2 - 6$ durumlu PSMM ile modellendiğinde elde edilen sonuçlar Tablo 1'de sunulmaktadır. AIC'ye göre 3 - durumlu PSMM; BIC'ye göre 2 - durumlu PSMM en iyi model olarak bulunmuştur. En iyi modele karar vermede bilgi kriterleri farklı modelleri önermiştir. Bu durumda, 2 ya da 3 durumlu modellerden hangisinin en uygun olduğuna karar vermek için olabilirlik oran testi uygulanmıştır (Orfanogiannaki vd 2010). Bu test sonucu elde edilen P-değerlerine bakıldığında, en uygun model olarak 3-durumlu PSMM'ye karar verilmiştir. Tüm istatistiksel çıkarsamalar bu model kullanılarak yapılmaktadır.

Tablo 1. Model Karşılaştırması

Model	**Parametre Sayısı** (p)	**-lnL**	**AIC**	**BIC**	**Serbestlik Derecesi**	**Olabilirlik Oran Test İstatistiği**	**P-Değeri**
PS	1	557.4164	1116.833	1119.56			
					3	742.5178	<0.01
2-Durumlu	4	186.1575	382.3151	**395.952**			
					5	27.7694	<0.01
3-Durumlu	9	172.2728	**366.5457**	396.547			
					7	9.2294	**0.2366***
4-Durumlu	16	167.6581	373.3161	425.1365			
					9	2.667	0.9760
5-Durumlu	25	166.3246	390.6492	469.7434			
					11	7.8124	0.7300
6-Durumlu	36	162.4184	406.8368	518.6597			
Önemlilik Düzeyi $\alpha = 0.01$							

3-durumlu PSMM'de gözlemler üç farklı Poisson dağılımından türetilmektedir. Herhangi bir t anında sistemin içinde bulunduğu duruma ilişkin oran parametreli Poisson dağılımından t anındaki gözlem değeri üretilmektedir. Modelin çalışma ilkesi Şekil 2'de gösterilmiştir:



Şekil 2. 3-Durumlu PSMM'nin Çalışma İlkesi

Tablo 2'de incelenen modeller kullanılarak elde edilen yıllık deprem frekanslarının ortalama ve varyans değerleri, gözlemlerin ortalama ve varyans değerleri ile karşılaştırılmıştır. Gözlemlerin ortalama ve varyans değerlerine bakıldığında, aşırı yayılımın mevcut olduğu görülmektedir. Aşırı yayılımı $(Varyans > Ortalama)$ en iyi karşılayan model 3-durumlu PSMM olmuştur. Bu durum, Tablo 1'de verilen kararı desteklemektedir.

Tablo 2. Ortalama ve Varyans Değerlerinin Karşılaştırılması

		Ortalama	**Varyans**	**Yayılım İndeksi (Varyans / Ortalama)**
	Gözlemler	**2.2301**	**71.9823**	**32.2776**
Model	**PS**	2.2301	2.2301	1.0000
	2-Durumlu	2.2419	66.7821	29.7882
	3-Durumlu	**2.2460**	**67.6174**	**30.1057**
	4-Durumlu	2.1210	62.0436	29.2521
	5-Durumlu	2.1577	63.8925	29.6114
	6-Durumlu	2.1577	69.0683	32.0101

Tablo 3'te 3-durumlu PSMM ile PS'nin yıllık deprem frekanslarının modellenmesinde ne derece başarılı oldukları karşılaştırılmıştır. Yıllık deprem frekanslarının gözlenen ve beklenen değerlerine bakıldığında, 3-durumlu PSMM'nin verilere uyumunun PS'ne göre, son derece başarılı olduğu görülmektedir. Örneğin, 113 yıl $(1900-2012)$ içinde toplam 56 yıl büyüklüğü $M \geq 4$ olan bir deprem meydana gelmemiştir. PS kullanılarak modelleme yapıldığında bu değer 12 yıl olarak beklenmesine rağmen, 3-durumlu PSMM ile 56 yıl olarak beklenmektedir. Diğer gerçek değerler için de bakıldığında PS'nin verilerin modellenmesinde çok yetersiz kaldığı ve 3-Durumlu PSMM'nin ölçülen değerlerle olan uyumunun çok iyi olduğu sonucuna varılmaktadır.

Tablo 3. Model Uyumu

Deprem Frekansları	**Toplam Gözlenen Yıl Sayısı**	**Beklenen Yıl Sayısı**	
		3-Durumlu PSMM	**Poisson Süreci**
0	**56**	**56.5577**	**12.1496**
1	32	30.4497	27.0948
2	11	11.1066	30.2119
3	5	5.3278	22.4584
4	4	3.2296	12.521
5	0	1.8323	5.5846
6	0	0.8929	2.0757
7	1	0.3749	0.6613
8	1	0.1379	0.1843
9	0	0.0451	0.0457
10	0	0.0133	0.0102
≥ 11	3	3.0323	0.0025
TOPLAM	**113**	**113.0000**	**113**

3-durumlu PSMM parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri EM algoritması kullanılarak Tablo 4'te belirtildiği gibi elde edilmiştir:

Tablo 4. EM Algoritması Sonucu

Parametreler	**En Çok Olabilirlik Tahmin Edicileri**
Oran Parametreleri	$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3] = [0.4956 \quad 2.9425 \quad 50.6667]$
Geçiş Olasılıkları Matrisi	$A = \begin{bmatrix} 0.0591 & 0.1219 & 0.0190 \\ 0.5743 & 0.3560 & 0.0689 \\ 0.6058 & 0.3142 & 0.0000 \end{bmatrix}$
Başlangıç Durum Dağılımı	$\pi = [1 \quad 0 \quad 0]$
Denge Dağılımı	$\delta = [0.8072 \quad 0.1660 \quad 0.0268]$

3-durumlu PSMM kullanılarak, gelecek 35 yıl içinde sistemin içinde bulunacağı saklı durumlar tahmin edilmiş ve sonuçlar Tablo 5'te gösterilmiştir. Buna göre, sistem

i. 2013 yılında %86 olasılıkla, 2014-2047 yıllarında %81-%82 arasında bir olasılıkla 1.saklı durumda kalarak, $P(\lambda_1)$ dağılımından gözlemler türetilmektedir.
ii. 2013 yılında %12 olasılıkla; 2014-2047 yıllarında %15-%17 arasında bir olasılıkla 2. saklı durumda bulunarak, $P(\lambda_2)$ dağılımından gözlemler türetilmektedir.
iii. 35 yıl içinde 3. saklı durumda bulunması olasılığı %2-%3 arasındadır.

Tablo 5. Gelecek 35 Yıl (2013-2047) için Sistemin Bulunacağı Saklı Durumların Tahmini

YIL	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**
λ_1	0.855572	0.820176	0.810677	0.808129	0.807445	0.807261	0.807212
λ_2	0.124787	0.154952	0.163045	0.165217	0.165799	0.165956	0.165998
λ_3	0.019640	0.024872	0.026278	0.026655	0.026756	0.026783	0.026790
TOPLAM	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
YIL	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**	**2025**	**2026**
λ_1	0.807199	0.807195	**0.807194**	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194
λ_2	0.166009	0.166012	**0.166013**	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013
λ_3	0.026792	0.026793	**0.026793**	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793
TOPLAM	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

YIL	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033
λ_1	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194
λ_2	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013
λ_3	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793
TOPLAM	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
YIL	**2034**	**2035**	**2036**	**2037**	**2038**	**2039**	**2040**
λ_1	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194
λ_2	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013
λ_3	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793
TOPLAM	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
YIL	**2041**	**2042**	**2043**	**2044**	**2045**	**2046**	**2047**
λ_1	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194	0.807194
λ_2	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013	0.166013
λ_3	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793	0.026793
TOPLAM	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

Tablo 4'te Markov zincirinin denge dağılımı dikkate alındığında, Tablo 5'te sistemin 10 yıl sonunda (2022 itibariyle) dengeye ulaştığı görülmektedir. Sistemin saklı durumlarına ilişkin gelecek 35 yıllık tahminler göz önüne alındığında, sistemin 35 yıl boyunca 1. saklı durumda kalmasının daha olası olduğu görülmektedir. Daha açık bir ifadeyle, gelecek 35 yıl boyunca Bilecik'in merkez olduğu 100 km çapındaki bir alanda $M \geq 4$ büyüklüğünde meydana gelecek depremler $\lambda_1 = 0.4956$ oran parametreli Poisson dağılımına göre oluşacaktır.

Tablo 6a ve Tablo 6b'de gelecek 10 yıl (2013-2022) içinde $M \geq 4$ büyüklüğünde meydana gelecek olan depremlere ilişkin risk değerleri verilmiştir. Markov zinciri, 10 yıl içinde denge dağılımına ulaştığından dolayı, 10 yıl sonrası (2023-2047) için tahmin değerleri verilmemiştir.

Tablo 6a. 2013-2017 Yıllarında Deprem Riski

	Yıllar				
Deprem Frekansı	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
0	0.527809	0.507836	0.502476	0.501038	0.500652
1	0.277675	0.27167	0.270057	0.269625	0.269509
2	0.092496	0.096734	0.097871	0.098176	0.098258
3	0.038516	0.044833	0.046527	0.046982	0.047104
4	0.021864	0.026779	0.028097	0.028451	0.028546
5	0.012226	0.015145	0.015928	0.016138	0.016194
Toplam	**0.970586**	**0.962996**	**0.960957**	**0.96041**	**0.960263**

Tablo 6b. 2018-2022 Yıllarında Deprem Riski

	Yıllar				
Deprem Frekansı	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**
0	0.500548	0.50052	0.500513	0.500511	0.50051
1	0.269478	0.269469	0.269467	0.269467	0.269466
2	0.09828	0.098286	0.098288	0.098288	0.098288
3	0.047137	0.047146	0.047148	0.047149	0.047149
4	0.028572	0.028578	0.02858	0.028581	0.028581
5	0.016209	0.016213	0.016214	0.016215	0.016215
Toplam	**0.960224**	**0.960213**	**0.96021**	**0.96021**	**0.960209**

Elde edilen sonuçlara göre, Bilecik'in merkez olduğu 100 km çapındaki bir alanda 2013 yılında %97 olasılıkla 0 – 5 arasında M≥ 4 büyüklüğünde deprem meydana gelecektir. 2014-2047 yıllarında ise, %96 olasılıkla yılda 0 – 5 arasında M≥ 4 büyüklüğünde deprem meydana gelecektir.

2013-2022 yıllarındaki deprem riski değerleri dikkate alınarak, bu yıllara ilişkin beklenen deprem sayıları ve güven aralıkları hesaplanmıştır. Sonuçlar, Tablo 7'de verilmiştir. Buna göre, 2013-2022 yıllarında ortalama 2 depremin gerçekleşmesi beklenmektedir.

Tablo 7. 10 Yıl (2013-2022) İçinde Beklenen Deprem Sayısı

Yıl	**Beklenen Deprem Sayısı**	**% 95 Güven Aralığı**
2013	1.785	[0.101 – 3.389]
2014	2.121	[0.326 – 3.916]
2015	2.211	[0.369 – 4.054]
2016	2.235	[0.381 – 4.090]
2017	2.242	[0.384 – 4.100]
2018	2.244	[0.385 – 4.103]
2019	2.244	[0.385 – 4.103]
2020	2.244	[0.385 – 4.104]
2021	2.244	[0.385 – 4.104]
2022	2.244	[0.385 – 4.104]

Tablo 1'de 3-Durumlu PSMM modelinin gözlem değerlerine PS'den daha uygun olduğu belirtilmişti. Deprem riski, PS ile yılara göre birikimli olarak tahmin edilmektedir. Bu nedenle, deprem riski tahminlerinin bu iki model için ne derece farklı olduğunu göstermek amacıyla, her iki model Tablo 8 ve Tablo 9'da yıllara göre birikimli olarak karşılaştırılmıştır.

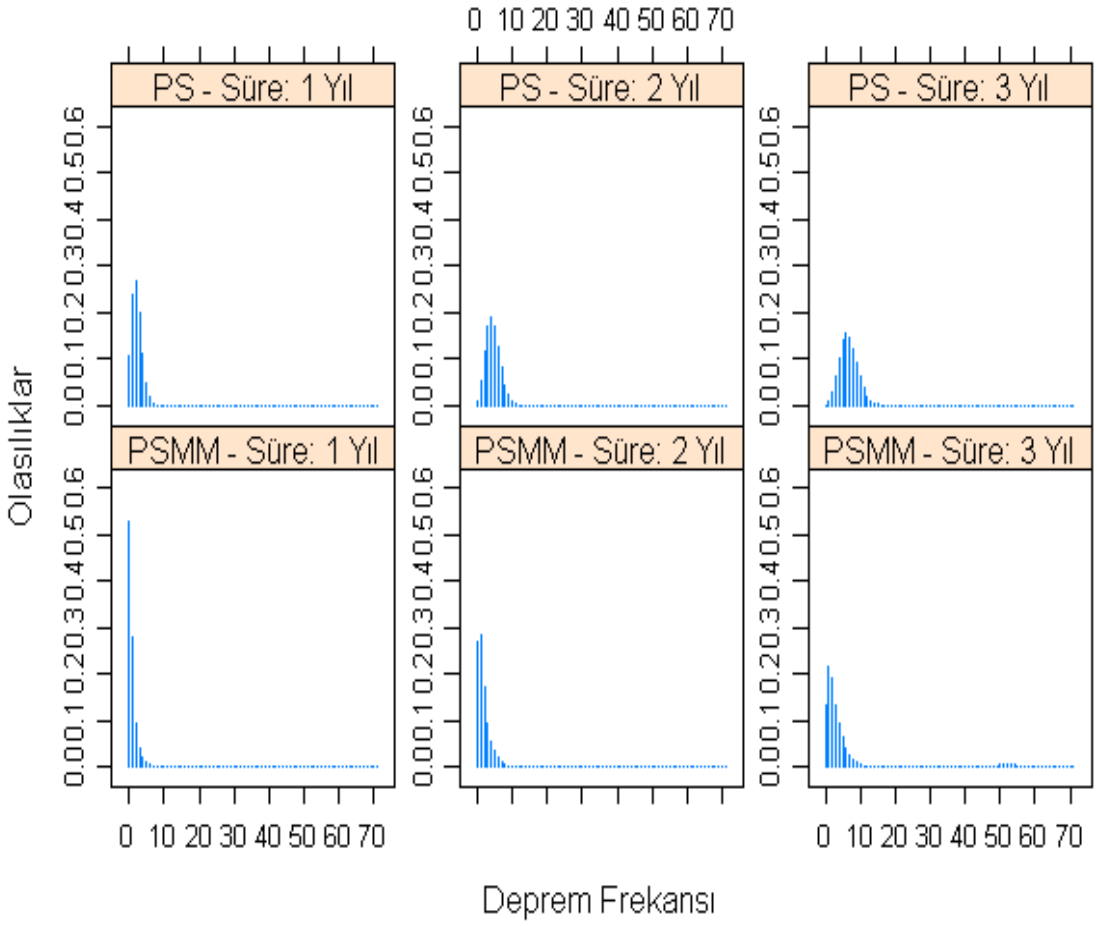
Tablo 8. 1-3 Yıl İçindeki Depremlerin PS ile Karşılaştırılması

	1 Yıl İçinde		**2 Yıl İçinde**		**3 Yıl İçinde**	
Deprem Frekansları	**PSMM**	**PS**	**PSMM**	**PS**	**PSMM**	**PS**
0	**0.527809**	**0.107519**	**0.268040**	0.011560	**0.134684**	0.001243
1	**0.277675**	**0.239777**	**0.284403**	0.051561	**0.215292**	0.008316
2	0.092496	**0.267362**	**0.173466**	**0.114986**	**0.190201**	0.027817
3	0.038516	**0.198747**	0.095212	**0.170952**	**0.134993**	0.062035
4	0.021864	**0.110806**	0.057098	**0.190619**	0.092144	**0.103757**
5	0.012226	0.049421	0.035451	**0.170039**	0.062882	**0.138832**
6	0.005943	0.018369	0.020757	**0.126401**	0.041506	**0.154804**
7	0.002494	0.005852	0.011159	0.080539	0.025858	**0.147954**
Toplam	**0.979023**	**0.997852**	**0.945585**	**0.916657**	**0.897560**	**0.644758**

Tablo 8'e göre,

i. **1 yıl içinde** PSMM ile %97.9; PS ile %99.8
ii. **2 yıl içinde** PSMM ile %94.6; PS %91.7
iii. **3 yıl içinde,** PSMM ile %89.8 ; PS ile %64

olasılıkla $0-7$ tane $M \geq 4$ büyüklüğünde depremin meydana gelmesi beklenmektedir. $0-7$ deprem frekansları için elde edilen olasılık değerlerinin azalması, yüksek deprem frekanslarını daha olası yapmaktadır. Bu durumda, daha fazla sayıda deprem meydana gelmesi beklenecektir. Böylece, deprem tehlikesi artacaktır. Tablo 8'deki koyu hücrelere göre, PS ile modelleme yapıldığında deprem tehlikesinin daha fazla olması beklenmektedir. Şekil 3'te $0-71$ deprem frekansları için iki model karşılaştırılmıştır. Buna göre, PSMM $0-3$ frekans değerlerininin gerçekleşmesi durumunu daha çok beklerken, PS yıllar geçtikçe PSMM'ye göre daha yüksek frekans değerlerinin gerçekleşmesini beklemektedir.



Şekil 3. 1-3 Yıl İçinde Deprem Riskinin PS ile Karşılaştırılması

Tablo 9. 4-6 Yıl İçindeki Depremlerin PS ile Karşılaştırılması

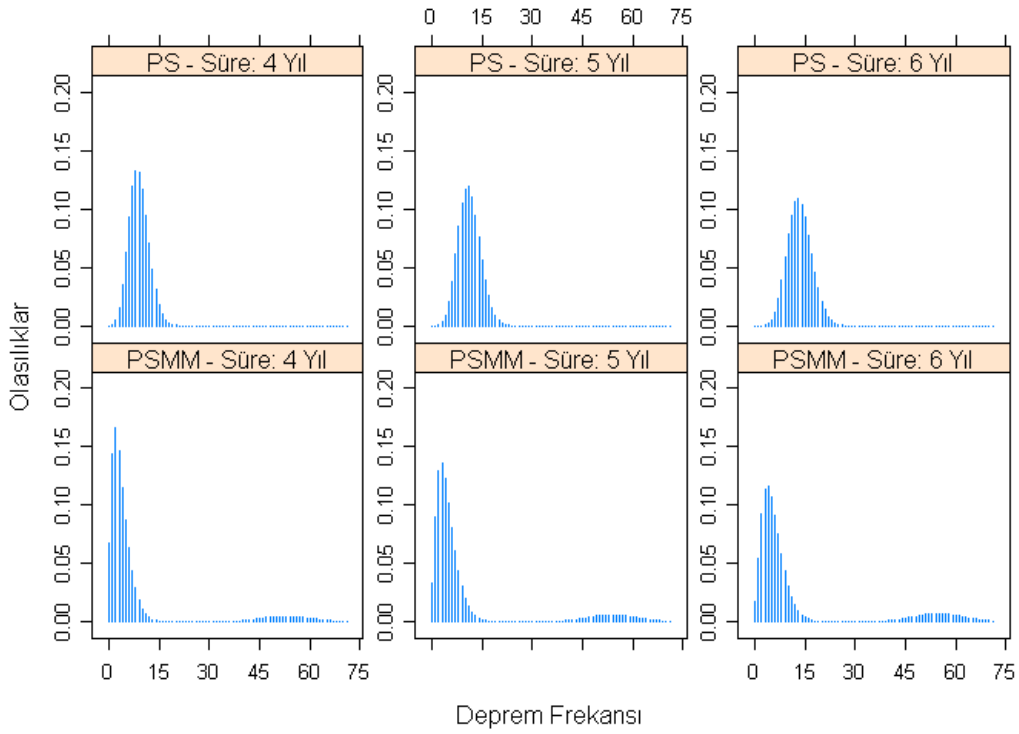
	4 Yıl İçinde		**5 Yıl İçinde**		**6 Yıl İçinde**	
Deprem Frekansı	**PSMM**	**PS**	**PSMM**	**PS**	**PSMM**	**PS**
0	0.067482	0.000134	0.033785	0.000014	0.016911	0.000002
1	**0.144184**	0.001192	0.090373	0.000160	0.054340	0.000021
2	**0.166569**	0.005317	**0.128882**	0.000893	0.092186	0.000138
3	**0.146384**	0.015810	**0.135525**	0.003320	**0.113042**	0.000617
4	**0.115185**	0.035258	**0.122204**	0.009255	**0.115582**	0.002063
5	0.086839	0.062903	**0.101958**	0.020640	**0.106490**	0.005522
6	0.063084	0.093519	0.080822	0.038357	0.091743	0.012315
7	0.043697	**0.119175**	0.061075	0.061100	0.074919	0.023539
8	0.028793	**0.132885**	0.044014	0.085161	0.058286	0.039371
9	0.018156	**0.131709**	0.030369	**0.105509**	0.043390	0.058534
10	0.011040	**0.117489**	0.020177	**0.117647**	0.031062	0.078321
11	0.006507	0.095277	0.012973	**0.119256**	0.021485	0.095271
12	0.003727	0.070825	0.008098	**0.110813**	0.014410	**0.106231**
13	0.002076	0.048599	0.004917	0.095048	0.009395	**0.109341**
14	0.001125	0.030966	0.002908	0.075702	0.005966	**0.104503**
15	0.000594	0.018415	0.001677	0.056274	0.003696	**0.093220**
Toplam	**0.905443**	**0.979471**	**0.879759**	**0.899150**	**0.852902**	**0.729008**

Tablo 9'a göre,

i. **4 yıl içinde** PSMM ile %91; PS ile %98
ii. **5 yıl içinde** PSMM ile %88; PS %90
iii. **6 yıl içinde,** PSMM ile %85 ; PS ile %73

olasılıkla $0-15$ tane $M \geq 4$ büyüklüğünde depremin meydana gelmesi beklenmektedir. Tablo 9'da yıllar geçtikçe, yüksek deprem frekanslarının gerçekleşmesi durumunun PS ile modelleme yapıldığında daha olası olduğu görülmektedir. Bu durumda, PSMM yıllar geçtikçe PS'ye göre deprem riskinin daha az olduğunu

söylemektedir. Şekil 4'te 0-71 deprem frekansları için iki model karşılaştırılmıştır. 1967, 1970 ve 1999 yıllarında çok sayıda $(39-42-71)$ $M \geq 4$ büyüklüğünde deprem gerçekleşmiştir. PS' nin bu gözlemleri açıklamada yetersiz kaldığı Şekil 4'te görülmektedir. Aksine, 3-6 yıl gibi uzun bir süre içinde çok sayıda (50-60) deprem meydana gelmesi durumu PSMM'de modellenerek, bu gözlemlerim etkileri yansıtılabilmiştir.



Şekil 4. 3-6 Yıl İçinde Deprem Riskinin PS ile Karşılaştırılması

4. TARTIŞMA VE YORUMLAR

SMM'nin deprem tahmininde kullanımı Zucchini vd. (2009) ve Orfanogiannaki vd. (2010) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, Boğazici Üniversitesi Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü kataloglarından sağlanan (UDİM, 2013) veriler kullanılarak, merkezi Bilecik olan 100 km çapındaki bir alanda meydana gelebilecek $M \geq 4$ olan depremlerin yıllara göre frekansını tahmin etmeye yönelik SMM oluşturulmuştur. Elde edilen sonuçlar PS'den elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlara göre, belirli bir alanda, belirli büyüklükteki depremlerin frekanslarının yıllara bağlı olarak depremlerin tahmin edilmesinde SMM'nin son derece başarılı sonuçlar ürettiği sonucuna varılmıştır.

Büyük mühendislik yapılarının tasarımında kullanılan en önemli parametrelerden biri depremlerden kaynaklanacak yatay ivmedir. En büyük yatay ivmenin hesaplanmasında kullanılan başlıca parametrelerden biri de deprem büyüklüğüdür. Dolayısıyla, bu çalışmada uygulanan modelleme veya benzeri modellemelerden elde edilecek sonuçlar kullanılarak, zamana bağlı olarak, mühendislik yapıları üzerine gelebilecek ivmenin tahmini için gerekli en önemli parametrelerden birini sağlıklı biçimde belirlemek olasıdır. Gelecekteki çalışmalar için bu hususun dikkate alınması daha ekonomik ve daha güvenli mühendislik yapılarının tasarlanmasına katkı sağlayabilecektir.

KAYNAKLAR

Alpaydın, E. (2010). Introduction to Machine Machine Learning. *The MIT Press*, Cambridge, USA.

Baum, L.E., ve Petrie T. (1966), Statistical Inference for Probabilistic Functions of Finite State Markov Chains. *The Annals of Mathematical Statistics,* **37:1**, 1554-1563.

Cappe, O., Moulines, E. Ve Ryden, T. (2005), Inference in Hidden Markov Models, Springer Science+Business Media, New York, USA.

Ephraim, Y. ve Merhav, N. (2002), Hidden Markov Processes. *IEEE Transactıons On Informatıon Theory*, **48:6**,1518-1569.

Ghahramani, Z. (2001). An Introduction to Hidden Markov Models and Bayesian Networks. International Journal of Pattern Recognition and artificial Intelligence, **15:1**, 9-42.

Ibe, O.C. (2010). Markov Process for Stochasting Modelling, *Elsevier Aacademic Press*, California, USA.

Orfanogiannaki, K., Karlis, D. ve Papadopoulos, G.A. (2010), Identifying Seismicity Levels via Poisson Hidden Markov Models. *Pure Appl. Geophys.*, **167**, 919-931.

Rabiner, L.R. (1989). A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition, Proceedings of the IEEE, **77:2**, 257-285.

UIDM (Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Rasathanesi, Deprem Araştırma Enstitüsü Ulusal Deprem İzleme Merkezi), 2013. Web Sayfası: http://www.koeri.boun.edu.tr/

Zucchini, W. ve MacDonald, I.L. (2009), Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R, Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability, Boca Raton, USA.