# MAGNİTÜD-SIKLIK İLİŞKİSİ PARAMETRELERİNİN ROBUST TAHMİNİ

**Ayşen D. AKKAYA[1] ve M. Semih YÜCEMEN[2]**

[1] *Profesör, İstatistik Bölümü, ODTÜ, Ankara, Türkiye*
[2] *Profesör, İnşaat Mühendisliği ve Deprem Çalışmaları Bölümleri, ODTÜ, Ankara, Türkiye*
*Email: akkay@metu.edu.tr*

**ÖZET:** Bu çalışmada Richter'in doğrusal deprem magnitüdü-sıklık ilişkisi incelenmiş ve bu ilişkideki a ve b parametreleri normal dağılıma sahip olmayan hata terimleri için uyarlanmış en çok olabilirlik tahmin yöntemiyle elde edilmiştir. Tüm Kuzey Anadolu fay hattı için magnitüd-sıklık ilişkisindeki a ve b parametrelerinin en küçük kareler ve uyarlanmış en çok olabilirlik tahmincileri hesaplanmış ve bu tahmincilerin etkinlik ve robustlık özellikleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda uyarlanmış en çok olabilirlik tahmincisinin en küçük kareler tahmincisinden çok daha etkin ve robust olduğu gösterilmiştir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Uyarlanmış en çok olabilirlik, deprem magnitüdü-sıklık ilişkisi, sismik tehlike, Kuzey Anadolu fay hattı

## 1. GİRİŞ

Olasılıksal sismik tehlike analizinde (OSTA) depremlerin magnitüd açısından gösterdikleri rassallık doğrudan doğruya bir olasılık dağılımı ile tanımlanır. Bu olasılık dağılımı, deprem magnitüdleri ile bunların oluş sıklıkları arasındaki ilişkiyi gösteren bağıntılardan çıkartılır. En yaygın kullanılan ilişki Richter (1958) tarafından önerilen aşağıdaki doğrusal magnitüd-sıklık ilişkisidir:

$$\log_{10} N(m) = a - bm \qquad (1)$$

burada, N(m) = birim zaman içinde magnitüd değeri m'ye eşit ya da m'den büyük ortalama deprem sayısı; a ve b = ilgili bölge için saptanan katsayılar; m = Richter magnitüdü ve $\log_{10}$ = 10 tabanına göre logaritmadır. Eğer $\alpha$ = a(ln 10) ve $\beta$ = b(ln 10) olarak tanımlanırsa, Denklem 1 şu şekilde yazılabilir.

$$N(m) = e^{\alpha - \beta m} \qquad (2)$$

Denklem 2'de $\alpha$, bir bölgede olabilecek depremlerin toplam sayısına ilişkin bilgiyi yansıtmaktadır. $\alpha$ değeri, genellikle göz önünde tutulan bölgenin büyüklüğü ve incelenen zaman süresi ile doğrudan doğruya ilgilidir. Buna karşılık $\beta$ değeri daha çok bölgenin tektonik yapısı ile ilişkilidir ve büyük magnitüdlü depremlerin küçüklere olan göreceli oranını gösterir. Bu bakımdan, $\beta$ değeri bölgenin tektonik açıdan sismik etkinliğinin bir göstergesi olarak kabul edilir. $\beta$'nın değeri sismik bölgeler arasında farklılık göstermektedir.

Sismik tehlikenin tahmininde yaygın bir biçimde kullanılan Richter'in doğrusal deprem magnitüdü-sıklık ilişkisinin (Denklem 1) parametreleri, a ve b'nin doğru tahmini, sismik tehlike değerlerinin geçerliliği bakımından çok önemlidir. Bu parametrelerin tahmini için değişik istatistiksel yöntemler kullanılmaktadır. En küçük kareler (EKK) ve en çok olabilirlik (EÇO) istatistiksel tahmin yöntemleri en fazla tercih edilenlerdir. Ancak bu tahmin yöntemleri kullanılırken sağlanması gereken varsayımların geçerliliği nadiren kontrol

edilmekte ve bu durum yanlış sonuçlara yol açabilmektedir. Örneğin EKK ile elde edilen tahmincilerin normal olmayan dağılımlar için etkin ve robust olmadıkları belirlenmiştir (Akkaya ve Tiku, 2008). EÇO yönteminde ise elde edilen denklemlerin çözümü içerdikleri doğrusal olmayan fonksiyonlar nedeniyle, iteratif çözüm yapılsa bile, çok zordur. Ayrıca iteratif çözümler sırasında bir çok problemle karşılaşmak mümkündür. Bu bildiride, Richter'in doğrusal deprem magnitüdü-sıklık ilişkisindeki a ve b parametrelerinin normal olmayan hata terimleri için uyarlanmış en çok olabilirlik (UEÇO) tahmin yöntemiyle elde edilmesi için gerekli denklemler çıkartılmış, EKK ve UEÇO tahmincilerinin etkinlik özellikleri karşılaştırılmıştır. UEÇO tahmincilerinin robust olma özelliği ise sayfa kısıtlaması nedeniyle bu bildiride ele alınmamıştır. Bu özellik ayrıntılı bir biçimde Tiku ve Akkaya (2004) da açıklanmaktadır. Yöntemin uygulamasını göstermek amacı ile de tüm Kuzey Anadolu fay hattı için deprem magnitüdü-sıklık ilişkisindeki a ve b parametrelerinin UEÇO tahmincileri hesaplanmıştır.

## 2. DEPREM MAGNİTÜDÜ-SIKLIK İLİŞKİSİNDEKİ PARAMETRELERİN TAHMİNİ

### *2.1. Magnitüd-Sıklık Modeli*

Richter'in ilişkisi (Denklem (1)) doğrusal bir regresyon modelidir:

$$y_i = a + bm_i + e_i, \qquad 1 \le i \le n \tag{3}$$

burada $y = \log_{10} N$ ve e rassal hata terimi olup normal, $N(0, \sigma^2)$, dağılıma sahip olduğu varsayılır.

Denklem (3) de verilen modelin parametrelerini tahmin etmek için genellikle EKK ve EÇO yöntemleri kullanılmaktadır. Geçmiş deprem verileri hata terimleri dağılımının normal olduğu varsayımını sağlarsa EKK ve EÇO yöntemleri ile elde edilen a ve b parametrelerinin tahmincileri birbirine eşittir. Ancak bir çok uygulamada hata terimleri dağılımının normal olmadığı gözlenmiştir (Spjotvoll ve Aastveit (1980)). Bu durumda EKK tahmincilerinin etkin ve robust olmadığı bilinmektedir (Islam ve Tiku (2004); Akkaya ve Tiku (2008)). Diğer yandan EÇO tahmincilerini bulmak için kullanılan EÇO denklemlerinin çözümü iteratif çözümler kullanılsa bile sıklıkla içerdikleri doğrusal olmayan fonksiyonlar nedeniyle i) yavaş yakınsama, (ii) yanlış değerlere yakınsama ve (iii) hiç bir değere yakınsamama (Puthenpura ve Sinha (1986)) gibi nedenlerle çok zor bazen de imkansız olmaktadır. İteratif çözümler kullanılarak denklemler çözülebilse bile çok yoğun simülasyonlar kullanılmadan EÇO tahmincilerinin istatistiksel özelliklerini bulmak, özellikle küçük örneklemler için, çok zor olmaktadır.

### *2.2.Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Yöntemi*

Tiku (1967) tarafından önerilen ve Tiku ve Suresh (1992) tarafından geliştirilen uyarlanmış en çok olabilirlik tahmin yöntemi bu tür problemlere çözüm getirmekte ve bu parametrelerin robust bir biçimde tahminine olanak sağlamaktadır.

Uyarlanmış en çok olabilirlik tahmin yöntemi üç basamakta özetlenebilir: (i) en çok olabilirlik denklemleri sıralı istatistikler cinsinden yazılır, (ii) doğrusal olmayan fonksiyonlar doğrusal fonksiyonlara yaklaştırılır ve (iii) elde edilen denklemler çözülür. Bu çözümlerden elde edilen tahmincilere UEÇO tahmincileri denir. Uyarlanmış en çok olabilirlik tahmincileri gözlemlerin fonksiyonlarıdır ve kolaylıkla hesaplanabilir. Bu tahminciler en küçük kareler tahmincilerinden (özellikle örneklem büyük olduğunda) çok daha etkin, asimptotik olarak tam etkinliğe (yansız ve en küçük varyanslı) sahip ve robusttır.

Bu bildiride, Richter'in doğrusal magnitüd-sıklık ilişkisindeki a ve b parametrelerinin tahmincilerinin beta dağılımına sahip hata terimleri için UEÇO tahmin yöntemiyle elde edilmesi için gerekli denklemler çıkartılmıştır. Burada beta dağılımının seçilme nedeni uygulama da tüm Kuzey Anadolu fay hattı (Şekil 1) için deprem magnitüdü-sıklık ilişkisindeki hata terimlerinin bu dağılıma sahip olmasıdır.

### *2.3. Beta Dağılımı*

Denklem (3) deki hata terimlerinin, $e_i$, Denklem (4) de verilen beta (u,v) dağılımına sahip benzer ve bağımsız rassal değişkenler olduğunu varsayalım,

$$f(e)=\frac{1}{\beta(u,v)}(e/\sigma)^{u-1}(1-(e/\sigma))^{v-1},\quad 0<e<1; \tag{4}$$

burada $\beta(u,v)$ beta fonksiyonu, $\sigma$ ise hata teriminin ölçek parametresidir.

Hata terimlerinin beklenen değeri ve varyansı ise sırasıyla, aşağıdaki gibidir:

$$E(e)=\frac{u}{u+v}\sigma \qquad \text{ve} \qquad V(e)=\frac{uv}{(u+v)^2(u+v+1)}\sigma^2. \tag{5}$$

Denklem (4) değişik u ve v parametreleri için hem simetrik hem de çarpık (skewed) dağılımları temsil eder. Örneğin u ve v'nin küçük değerleri için ($u \neq v$), Denklem (4) kısa-kuyruklu simetrik bir dağılım olur.
Denklem (6) da verilen olabilirlik fonksiyonu

$$L \propto \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^{n} z_i^{u-1}(1-z_i)^{v-1}, \qquad z_i=e_i/\sigma=(y_i-a-bm_i)/\sigma \quad (1\le i\le n), \tag{6}$$

kullanılarak aşağıdaki olabilirlik denklemleri elde edilir:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a}=-\frac{(u-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} z_i^{-1}+\frac{(v-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-z_i)^{-1}=0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial b}=-\frac{(u-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i^{-1}+\frac{(v-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} m_i(1-z)^{-1}=0 \text{ and} \tag{8}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma}=-\frac{n}{\sigma}-\frac{(u-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} z_i z_i^{-1}+\frac{(v-1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-z_i)^{-1}z_i=0. \tag{9}$$

Olabilirlik fonksiyonları, $g_1(z_i)=z_i^{-1}$ ve $g_2(z_i)=(1-z_i)^{-1}$ gibi doğrusal olmayan fonksiyonlar içerdiğinden Denklem (7)-(9) ile verilen eşitliklerin kesin ve açık çözümü yoktur. Dolayısıyla EÇO tahmincilerini bulmak mümkün olmamaktadır.

***UEÇO Tahmincileri:*** UEÇO tahmincilerini bulmak için önce olabilirlik denklemlerindeki (Denklem (7)-(9)), $z_i$, aşağıdaki sıralı istatistikler, $z_{(i)}$ , cinsinden yazılır.

$$z_{(1)} \le z_{(2)} \le \ldots \le z_{(n)}; \quad z_{(i)}=(y_{(i)}-a-bm_{(i)})/\sigma \qquad (1\le i\le n) \tag{10}$$

Daha sonra $g_1(z_{(i)})$ ve $g_2(z_{(i)})$ aşağıdaki doğrusal fonksiyonlar ile değiştirilir:

$$g_1(z_{(i)})=z_{(i)}^{-1}\cong\alpha_{1i}-\beta_{1i}z_{(i)} \quad \text{ve} \quad g_2(z_{(i)})=(1-z_{(i)})^{-1}\cong\alpha_{2i}+\beta_{2i}z_{(i)} \tag{11}$$

Denklem (11) de verilen eşitliklerin iki tarafı arasındaki farklar örneklem sayısı arttıkça sıfıra yakınsar. $\alpha_{1i}$, $\beta_{1i}$, $\alpha_{2i}$ and $\beta_{2i}$ Taylor serisinin i. populasyon kuantili, t(i), etrafındaki açılımından elde edilir:

$$\alpha_{1i} = 2t_{(i)}^{-1},\ \beta_{1i} = t_{(i)}^{-2} \quad \text{ve} \quad \alpha_{2i} = (1-t_{(i)})^{-1} - \beta_{2i}t_{(i)},\ \beta_{2i} = (1-t_{(i)})^{-2}. \tag{12}$$

t(i)'nin değerleri Denklem (13)'ün çözümünden bulunabilir:

$$\frac{1}{\beta(u,v)}\int_0^{t_{(i)}} (z)^{u-1}(1-z)^{v-1}dz = \frac{i}{n+1},\ 1 \le i \le n. \tag{13}$$

Üçüncü ve son basamakta ise Denklem (12), Denklem (7)-(9)'a yerleştirilir. Bu denklemlerin çözümü sonucunda aşağıda verilen UEÇO tahmincileri elde edilir:

$$\begin{aligned}
&\hat{a} = \bar{y}_{[.]} - \hat{b}\bar{m}_{[.]} - (\Delta/\nu)\hat{\sigma}, \quad \hat{b} = K - D\hat{\sigma} \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \{-B + \sqrt{(B^2+4nC)}\}/2\sqrt{\{n(n-2)\}},\\
&K = \sum_{i=1}^{n}\nu_i(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]})y_{[i]} \Big/ \sum_{i=1}^{n}\nu_i(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]})^2,\\
&D = \sum_{i=1}^{n}\delta_i(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]}) \Big/ \sum_{i=1}^{n}\nu_i(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]})^2,\\
&B = \sum_{i=1}^{n}\delta_i\{y_{[i]} - \bar{y}_{[.]} - K(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]})\} \quad \text{ve}\\
&C = \sum_{i=1}^{n}\nu_i\{y_{[i]} - \bar{y}_{[.]} - K(m_{[i]} - \bar{m}_{[.]})\}^2;\\
&\nu_i = (u-1)\beta_{1i} + (v-1)\beta_{2i} \quad \text{ve} \quad \delta_i = (u-1)\alpha_{1i} - (v-1)\alpha_{2i}.
\end{aligned} \tag{14}$$

***Hesaplamalar:*** İlk olarak a ve b parametrelerinin EKK tahmincileri, $\tilde{a}_i$ ve $\tilde{b}_i$ kullanılarak Denklem (15)'de verilen hata terimleri tahmin edilir.

$$\tilde{e}_i = y_i - \tilde{a}_i - \tilde{b}_i m_i \qquad (1 \le i \le n). \tag{15}$$

Daha sonra hata terimleri küçükten büyüğe doğru sıraya dizilir ve ($y_i$, $u_i$) çiftinin $\tilde{e}_i$ küçükten büyüğe sıralandığında $\tilde{e}_i$'nin i. sıralı değerine karşılık gelen değerleri, $(y_{[i]}, u_{[i]})$, bulunur. Bu değerler kullanılarak UEÇO tahmincileri, $\hat{a}_i$ ve $\hat{b}_i$, hesaplanır. Denklem (15)'de $\tilde{a}_i$ ve $\tilde{b}_i$ yerine hesaplanan UEÇO tahmincileri kullanılarak yeni hata terimleri tahmin edilir ve yeni $(y_{[i]}, u_{[i]})$ çifti bulunur. Revize edilen UEÇO tahmincileri yeniden hesaplanır. Bu işlem bir kez daha tekrarlanır. Böylece UEÇO tahmincileri EKK tahmincilerinin kullanıldığı ilk basamak hariç iki iterasyonla tahmin edilir. Bu işlem tahmincileri yeterince istikrarlı hale getirebilmek için yapılır. Bunun nedeni UEÇO tahmincileri hesaplanırken sadece $\tilde{e}_i$'lerin göreceli büyüklüklerinin gerekli olmasıdır (Islam ve Tiku, 2004; Akkaya ve Tiku, 2008).

***EKK Tahmincileri:*** En küçük kareler tahmincileri aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{a} = \bar{y} - \tilde{b}\bar{x} - \frac{u}{u+v}\tilde{\sigma}, \quad \tilde{b} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})y_i / \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \text{ ve } \tilde{\sigma} = s_e /( \sqrt{uv/\{(u+v)^2(u+v+1)\}} );$$

$$s_e = \{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y} - \tilde{b}(x_i - \bar{x}))^2 /(n-2)\}^{1/2}, \quad \bar{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n, \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n. \qquad (16)$$

Denklem (16)'da verilen a ve $\sigma$ parametrelerinin EKK tahmincileri için yanlılık düzeltmesi yapılmıştır. Bu parametrelerin UEÇO tahmincileri için bu tür bir düzeltmeye gerek yoktur, çünkü onlar kendi kendilerine yanlılık düzeltebilme özelliğine sahiptir.

***EKK Tahmincilerinin Göreceli Etkinlikleri (GE):*** EKK tahmincileri bulunurken herhangi bir dağılım varsayımı yapılmamakta ve bu durum etkinlik kaybına neden olmaktadır. EKK tahmincilerinin göreceli etkinliklerini

GE=100(UEÇO tahmincisi varyansı)/(EKK tahmincisi varyansı)

bulmak amacıyla [100,000/n] Monte Carlo simülasyonu kullanılmıştır. EKK tahmincilerinin göreceli etkinlikleri n=30, 50 ve 100 örneklem için Tablo 1'de verilmiştir. Hesaplamalarda $\sigma$=1 alınmıştır. Tahmincilerin benzetim yoluyla elde edilen ortalamaları yanlılığın önemsiz olması nedeniyle verilmemiştir.

Tablo 1. EKK tahmincilerinin göreceli etkinlikleri

| | (u=2.5, v=2.5) | | | (u=2.5, v=3.0) | | | (u=2.5, v=5) | | | (u=2.5, v=10) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n | a | b | σ | a | b | σ | a | b | σ | a | b | σ |
| 30 | 80 | 86 | 73 | 80 | 85 | 77 | 73 | 78 | 78 | 60 | 66 | 74 |
| 50 | 79 | 81 | 72 | 78 | 80 | 77 | 68 | 73 | 79 | 55 | 58 | 74 |
| 100 | 70 | 74 | 67 | 73 | 77 | 78 | 63 | 67 | 82 | 49 | 50 | 75 |
| | (u=4, v=2.5) | | | (u=4, v=3.0) | | | (u=4, v=5) | | | (u=4, v=10) | | |
| 30 | 87 | 84 | 79 | 89 | 90 | 82 | 89 | 93 | 88 | 81 | 84 | 85 |
| 50 | 86 | 79 | 80 | 86 | 85 | 83 | 89 | 93 | 91 | 80 | 84 | 85 |
| 100 | 80 | 72 | 83 | 85 | 83 | 85 | 85 | 90 | 92 | 78 | 82 | 90 |
| | (u=10,v=2.5) | | | (u=10, v=3.0) | | | (u=10, v=5) | | | (u=10, v=10) | | |
| 30 | 79 | 66 | 74 | 82 | 73 | 77 | 92 | 90 | 90 | 98 | 99 | 97 |
| 50 | 79 | 60 | 76 | 83 | 69 | 79 | 93 | 92 | 92 | 96 | 99 | 97 |
| 100 | 72 | 54 | 74 | 81 | 65 | 80 | 92 | 81 | 98 | 96 | 99 | 100 |

Tablo1'de görüldüğü gibi UEÇO tahmincileri, $\hat{a}$, $\hat{b}$ ve $\hat{\sigma}$, EKK tahmincilerinden daha etkindir. UEÇO tahmincileri (u=10, v=10) değerleri için sadece az bir farkla daha etkindir ve bunun nedeni beta dağılımının bu parametre değerleri için normal dağılıma benzerlik göstermesidir.

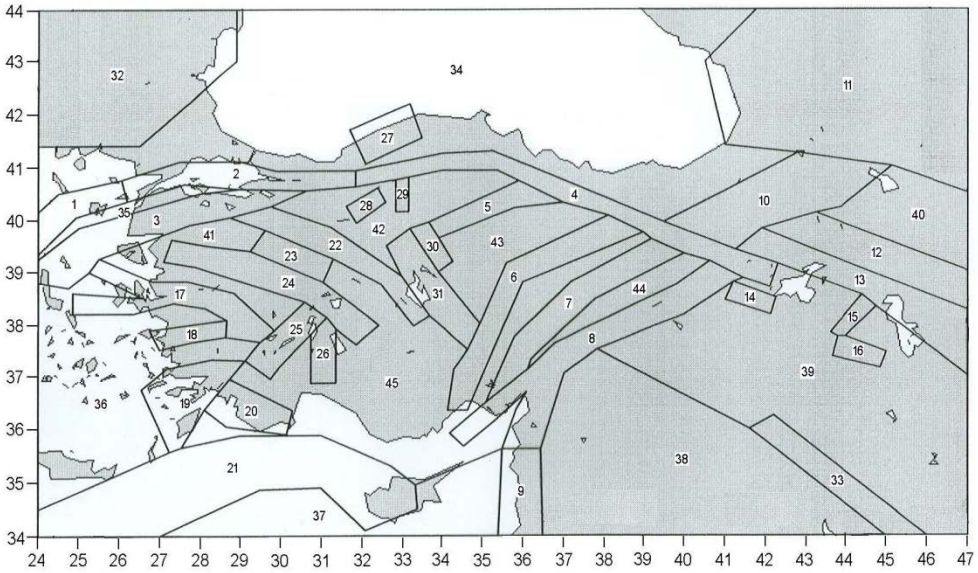
## 3. UYGULAMA

### *3.1 Sismik Veri Tabanı*

Uyarlanmış en çok olabilirlik tahmin yöntemi ile a ve b parametrelerinin elde edilmesinin uygulamasını göstermek ve değişik tahmin yöntemlerinden elde edilen sonuçları karşılaştırmak amacı ile Kuzey Anadolu fay (KAF) hattı incelenmiştir. KAF hattı yaklaşık 1500 km uzunluğunda olup takriben 24° ve 42° Doğu boylamları arasında yer almaktadır. KAF hattının ve segmentlerinin konumu için değişik araştırmacılar farklı önerilerde bulunmuşlardır. Bu çalışmada Bommer vd. (2002) tarafından verilen konum, elde edilen yeni bilgilere göre

yapılan bazı düzeltmelerden sonra, benimsenmiştir. Buna göre KAF hattının ve dört segmentinin belirlenen konumları Şekil 1'de gösterilmiştir.

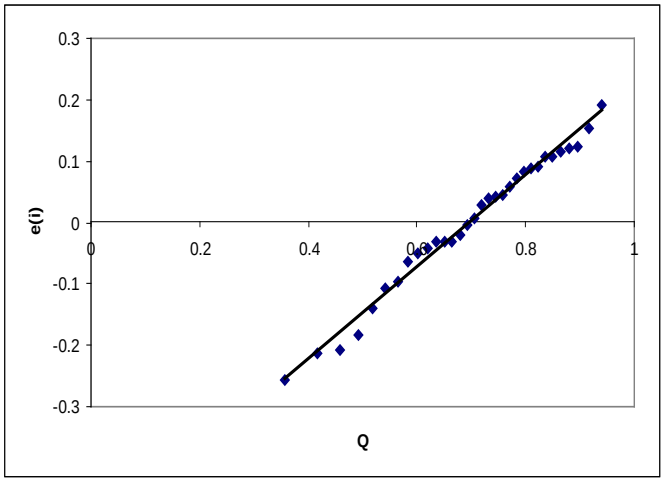
Çalışmada kullanılan deprem kataloğu, farklı kaynaklardan toplanan deprem verilerinin karşılaştırılarak birleştirilmesinden elde edilmiştir. Kullanılan kaynaklar şunlardır: Afet İşleri Genel Müdürlüğü – Deprem Araştırma Dairesi (GDDA-ERD, 2004), Boğaziçi Üniversitesi – Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü (KOERI, 2004), Uluslararası Sismoloji Merkezi (ISC, 2004a ve 2004b) ve Birleşik Devletler Jeolojik Araştırmalar Kurumu (USGS, 2004a ve 2004b). Bu kataloglarda yer alan ve 1 Ocak 1900 ile 1 Ocak 2011 yılları arasında ve Şekil 1'de KAF hattının gösterilen sınırları (1, 2, 3 ve 4 nolu sismik kaynaklar) içerisine düşen depremler sismik veri tabanını oluşturmuştur. Değişik ölçeklerde verilen magnitüd değerleri Deniz ve Yücemen (2010) tarafından verilen denklemler kullanılarak moment magnitüd ölçeğine dönüştürülmüş ve sadece magnitüd değeri 4.5 tan büyük ($M_w \geq 4.5$) depremler dikkate alınmıştır.




Şekil 1. Kuzey Anadolu fay hattının ve dört segmentinin (Kaynak No: 1, 2, 3, 4) konumları

### *3.2 KAF Hattı için a, b ve σ Parametrelerinin Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Tahmincileri*

UEÇO tahmin yönteminin uygulamasını göstermek amacıyla KAF hattının tümü incelenmiştir. Bu analizin sonucunda, $e_i$'lerin normal dağılıma sahip olduğu varsayımını temel alan ve regresyon denklemi uyum iyiliğini ölçen geleneksel F testine göre, Richter'in magnitüd-sıklık ilişkisinin uyum iyiliği açısından anlamlı olduğu görülmüştür ($R^2$ =0.94, R korelasyon katsayısıdır). Bununla birlikte küçükten büyüğe sıralanmış $e_i$'lerin (Denklem (15)) standart normal dağılımın kuantillerine, $t_{(i)}$ , karşı çizilmesiyle elde edilen ve $e_i$'lerin dağılımının normal olması durumunda hemen hemen mükemmel doğrusal ilişki gösteren Q-Q grafiği (Şekil 2) $e_i$'lerin kısa kuyruklu bir dağılıma sahip olduğuna işaret etmektedir (Hamilton, 1992, s. 16; Tiku ve Akkaya, 2004).




Şekil 2. $e_i$'ler için Q-Q grafiği

Q-Q grafiği ve veriden elde edilen çarpıklık-basıklık değerleri dikkate alındığında, beta (u=5, v=2.2) dağılımının $e_i$'ler için uygun olduğu görülmüştür. Varsayılan dağılımının parametrelerini yaklaşık olarak bulmak için kullanılan başka bir yöntem ise aşağıda özetlenmiştir (Tiku ve Akkaya, 2004):

i) Varsayılan parametreler kullanılarak UEÇO tahmincileri bulunur.
ii) Bulunan tahminciler kullanılarak değişik (u,v) değerleri için log-olabilirlik fonksiyonu

$$(1/n)\ln\hat{L} = -\ln(\hat{\sigma}) + ((u-1)/n)\sum_{i=1}^{n}\ln\hat{z}_i + ((v-1)/n)\sum_{i=1}^{n}\ln(1-\hat{z}_i)\} \qquad (17)$$

hesaplanır.

iii) Denklem (17)'yi enbüyükleyen (u, v) değerleri beta dağılımının parametre değerleri olarak kullanılır.

Bu uygulamada u = 5 ve v = 2.2 olarak bulunmuştur. $e_i$'lerin Beta (u=5, v=2.2) dağılımının kuantillerine karşı çizilen Q-Q grafiği $R^2$ =0.99 değerini vermiş ve bu dağılımın hata terimleri için normal dağılımdan çok daha uygun olduğu görülmüştür. UEÇO tahmincilerinin robust olma özelliğinden dolayı (u, v)'nin bu değerlere yakın diğer değerlerinin kullanımı da uygun olacaktır. Beta (u=5, v=2.2) dağılımı kullanılarak elde edilen a, b ve $\sigma$ parametrelerinin UEÇO ve EKK tahminleri ve tahminlerin standart hataları (SH) Tablo 2'de verilmiştir:

Tablo 2. KAF hattının tümü için a, b ve $\sigma$ parametrelerinin UEÇO ve EKK tahminleri ve standart hataları

| | UEÇO | | EKK | |
|---|---|---|---|---|
| | Tahmin | SH | Tahmin | SH |
| A | 5.83 | 0.070 | 5.89 | 0.132 |
| B | -0.99 | 0.009 | -1.01 | 0.022 |
| $\sigma$ | 0.67 | 0.060 | 0.72 | 0.083* |

* $(\tilde{\sigma}/\sqrt{2n})(1+\lambda_4/2)$ nin değeri, $\lambda_4 = \mu_4/\mu_2^2$-3= -0.21 (Roy ve Tiku, 1962)

Burada standart hataları hesaplamak için asimptotik varyanslar kullanılmıştır (Tiku ve Akkaya, 2004). Tablo 2'den de görüleceği gibi UEÇO ve EKK tahminleri birbirine çok yakın ancak UEÇO tahminleri çok daha kesindir (UEÇO tahminlerinin varyansları EKK tahminlerinkinden daha küçüktür).

## 4. SONUÇLAR

Richter'in magnitüd-sıklık ilişkisi parametereleri a ve b'nin tahmini sismik tehlike analizinin önemli aşamalarından biridir. Bu konuda yapılmış çalışmaların tümünde hata terimlerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımı yapılmıştır. Oysa gerçek veriler ışığında yapılan analizler, bu bildiride de gösterildiği gibi, normal dağılım varsayımının her zaman geçerli olmadığını ispatlamaktadır. Sıklıkla kullanılan EKK ve EÇO tahmin yöntemleri normal dağılıma sahip olmayan hata terimleri için etkin olmadığı gibi uygulamada da çok çeşitli zorluklarla karşılaşılmasına neden olmaktadır. Bu çalışmada önerilen UEÇO tahmincileri i) Asimptotik olarak tam etkindir, ii) küçük örneklemler için neredeyse tam etkindir (yansız veya ihmal edilebilir derecede yanlı ve varyansları en küçük varyans sınırından çok az büyüktür) ve iii) gözlemlerin açık fonksiyonları olup, kolayca hesaplanabilir ve analitik olarak incelenebilir.

Yapılan uygulamada Kuzey Anadolu Fay hattının tümü için Richter'in magntüd-sıklık ilişkisindeki hata terimlerinin dağılımının normal olmadığı ve bunların beta dağılımı ile daha iyi temsil edilebileceği gösterilmiştir. Dolayısıyla, bu çalışmada a, b ve $\sigma$ 'nın UEÇO tahmincilerinin matematiksel formülleri beta dağılımı varsayımı altında çıkartılmış ve bu tahmincilerin etkinlikleri EKK tahmincilerinin etkinlikleriyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar Tablo 2'de özetlenmiştir. Tablo 2'den de görüleceği üzere UEÇO tahmincileri EKK tahmincilerinden çok daha kesin ve robusttır. Bu sonuçlar doğrultusunda Richter'in magntüd-sıklık ilişkisindeki hata terimleri dağılımı dikkatle incelenmeli ve normal olmayan dağılımlar için EKK (veya EÇO) tahmincileri yerine UEÇO tahmincileri kullanılmalıdır.

## KAYNAKLAR

Richter, C.F. (1958). Elementary Seismology, W.H. Freeman and Co, San Francisco: CA.

Akkaya, A. D. ve Tiku, M. L. (2008). Robust estimation in multiple linear regression model with non-Gaussian noise. *Automatica*, **44**, 407-417.

Tiku, M.L. ve Akkaya, A. D. (2004). Robust Estimation and Hypothesis Testing. New Age International Publishers, New Delhi.

Spjotvoll, E. ve Aastveit, A. H. (1980). Comparison of robust estimators on some data from field experiments. *Scand. J. Statist*., **7,** 1-13.

Islam, M. Q ve Tiku, M. L. (2004). Multiple linear regression model under non-normality. Commun. Stat.-Theory Meth. **33**, 2443-2467.

Puthenpura, S. ve Sinha, N. K. (1986). Modified maximum likelihood method for the robust estimation of system parameters from very noisy data. *Automatica*, **22**, 231-235.

Tiku, M. L. (1967). Estimating the mean and standard deviation from a censored normal sample. *Biometrika*, **54**, 155-165.

Tiku, M. L. ve Suresh, R. P. (1992). A new method of estimation for location and scale parameters. *J. Stat. Plan. Infer.*, **30**, 281-292.

Bommer, J, Spence, R, Erdik, M, Tabuchi, S, Aydinoglu, N, Booth, E, Del Re, D, Peterken, O. (2002). Development of an earthquake loss model for Turkish catastrophe insurance, *Journal of Seismology*, **6**, 431-446.

GDDA-ERD, (2004). Deprem Araştırma Dairesi İnternet Sayfası: TURKNET, http://sismo.deprem.gov.tr/VERITABANI/turknetkatalog.php, Afet İşleri Genel Müdürlüğü, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.

KOERI (2004). Kandilli Rasathanesi ve Deprem Araştırma Enstitüsü İnternet Sayfası. *Katalog*, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
http://www.koeri.boun.edu.tr/sismo/veri_bank/mainw.htm.

ISC (2004a). Internet page of the Earthquake Research Department of Turkey, General Directorate of Disaster Affairs, Ministry of Public Works and Settlement, Ankara, *ISC Based*, http://sismo.deprem.gov.tr/VERITABANI/isckatalog.php.

ISC (2004b). Uluslararası Sismoloji Merkezi İnternet Sayfası, *On-line Bulletin*, http://www.isc.ac.uk/Bull, Internatl. Seis. Cent., Thatcham, United Kingdom.
http://www.isc.ac.uk/Bull.

USGS (2004a). Internet page of the United States Geological Survey. U.S. Department of the Interior, Reston, VA. USGS/NEIC (PDE) 1973 – Present, available on-line at
http://neic.usgs.gov/neis/epic/epic_global.html.

USGS (2004b). Internet page of the United States Geological Survey. U.S. Department of the Interior, Reston, VA. Significant Worldwide Earthquakes (2150 B.C. - 1994 A.D.), available on-line at http://neic.usgs.gov/neis/epic/epic_global.html.

Deniz, A. ve Yücemen, M.S. (2010). Magnitude conversion problem for the Turkish earthquake data. *Natural Hazards*, **55:2**, 333-352**.**

Hamilton, L. C. (1992). Regression with Graphics. Brooks/Cole Publishing Company, CA.

Roy, J. ve Tiku, M. L. (1962). A Laguerre series approximation to the sampling distribution of the variance. *Sankhya*, **24**, 181-184.