PERİYOT HESAPLAMASINDA P-Δ ETKİSİ: SARSMA TABLASI DENEYİ

Hakan T. Türker[1], Cem Mertayak[2] ve Hacer Çolak [3]

[1] *Yrd. Doç. Dr, İnşaat Müh. Bölümü, Mustafa Kemal Üniversitesi, İskenderun/Hatay*
[2] *İnşaat Yüksek Mühendisi, Merit İnş. Ltd. Şti., Antakya/Hatay*
[3] *İnşaat Yüksek Mühendisi, Okta Mühendislik Ltd. Şti., Antakya/Hatay*
Email: hturker@mku.edu.tr

ÖZET:

Bu çalışmada, P-Δ etkisinin yapı modellerinin periyotlarını nasıl etkilediği deneysel olarak çalışılmıştır. Bu amaçla harmonik yer hareketi üreten tek yönlü sarsma tablası oluşturulmuştur. Oluşturulan bir katlı ve üç katlı yapı modellerinin sarsma tablasında serbest titreşim ve zorlanmış titreşim deneyleri yapılmıştır. Deneyler esnasında yapı modelinin ve sarsma tablasının deplasmanları eşzamanlı olarak görüntü işleme tekniği ile ölçülmüştür. Bu deneylerle yapı modellerinin periyotları ve sönüm değerleri bulunmuştur. Bulunan deneysel sonuçlar teorik sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların yeterli hassasiyette yakın oldukları gösterilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Sarsma Tablası, Periyot, Sönüm Oranı, P-Δ Etkisi

1. GİRİŞ

Her ne kadar depremleri önlemek mümkün değilse de, depremlerin oluşturduğu zararları azaltmak ve önlemek inşaat mühendisliğinin en önemli konularından biri olagelmiştir. Modern yapıların tasarımında yapıların dinamik davranışının bilinmesi çok önemli olmakla birlikte, lisans eğitimi sırasında az sayıda öğrenci, yapıların dinamik davranışını anlama imkânı elde edebilmektedir. Eğitim amaçlı sarsma tablası, öğrencilerin yapıların dinamik davranışını anlamalarında çok faydalı olmaktadır(Dyke vd. 2006). Eğitim amaçlı sarsma tablası yardımıyla periyot, mod şekilleri, sönüm oranı hesaplamaları yapılabilmekte ve yapının zamana bağlı yükler altındaki davranışları gösterilebilmektedir.

Eğitim amaçlı sarsma tablası tasarımı ve bu sarsma tablalarıyla yapı dinamiğinin temel konularını çalışan birçok çalışma vardır(Dyke et all 2003; Kinay G ve Turan G, 2006; Kutanis M, 2007; Türker vd. 2010).

Bu çalışmada, tasarımı yapılmış eğitim amaçlı sarsma tablası kullanılarak P-Δ etkisi olarak bilinen yapının yanal rijitliğini azaltan düşey yük etkisinin, yapıların periyotlarını nasıl etkilediği gösterilmiştir. Bu konuda yapılan araştırmaların çoğunluğu analitik çalışmalardır. Bu alanda çok az sayıda deneysel çalışma yapılmıştır. Vian ve Bruneau (2001), tek serbestlik dereceli modellerin, sarsma tablasında sistemin çökmesi (kapasite aşımı) gerçekleşene kadar deprem yüklemesi altında deneylerini yapmıştır. Kanvinde (2003), sarsma tablası deneyleri ile P-Δ etkisini dikkate alarak yapıların dinamik kararsızlığını (instability) araştırmıştır.

2. SARSMA TABLASI

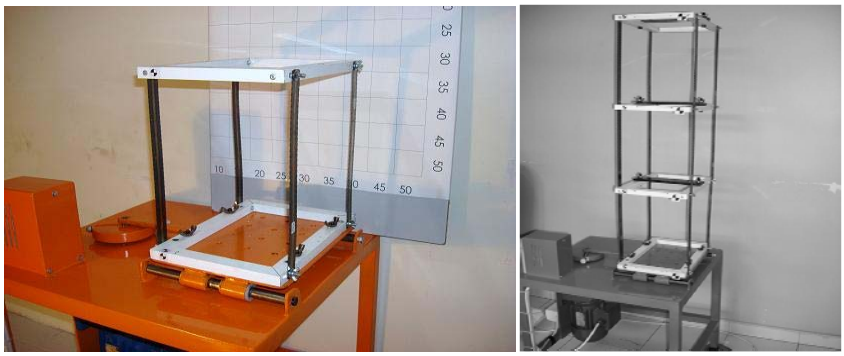
Şekil 1'de gösterilen sarsma tablası çelik bir sehpa üzerine monte edilmiş elektrikli bir motor, motorun hızını ayarlamak için bir dişli kutusu, trifaze elektrikle çalışan değişken frekanslı operatör ve çelik mekanizmasından oluşturulmuştur. Hareket eden tabla 40 cm x 40 cm ebatlardadır. Redaktörün dönel hareketinin mekanizmaya

iletilmesi tablaya bir plaka ile bağlanmış birim dönme hareketi yapan motorla sağlanmaktadır. Bu motor, 0-200 devir/dakika aralığında bir titreşim hareketi üretebilmektedir.

Şekil 1. Sarsma tablası

2.1. Yapı Modelleri

Yapı modelleri elastik çelik testereler ve alüminyum çerçevelerden meydana gelmektedir. Farklı rijitlik, kütle ve katlara sahip değişik yapı modelleri oluşturulmuş ve test edilmiştir. Yapı modellerinde çelik testereler kolon olarak, dikdörtgen alüminyum çerçeveler ise döşeme sistemi olarak kullanılmaktadır. Modellerde kullanılan malzemeler farklı katlara sahip yapı modellerinin kolay bir şekilde hazırlanmasına izin vermektedir. Şekil 2'de eğitim amaçlı sarsma tablası üzerinde tek katlı ve üç katlı yapı modelleri görülmektedir.



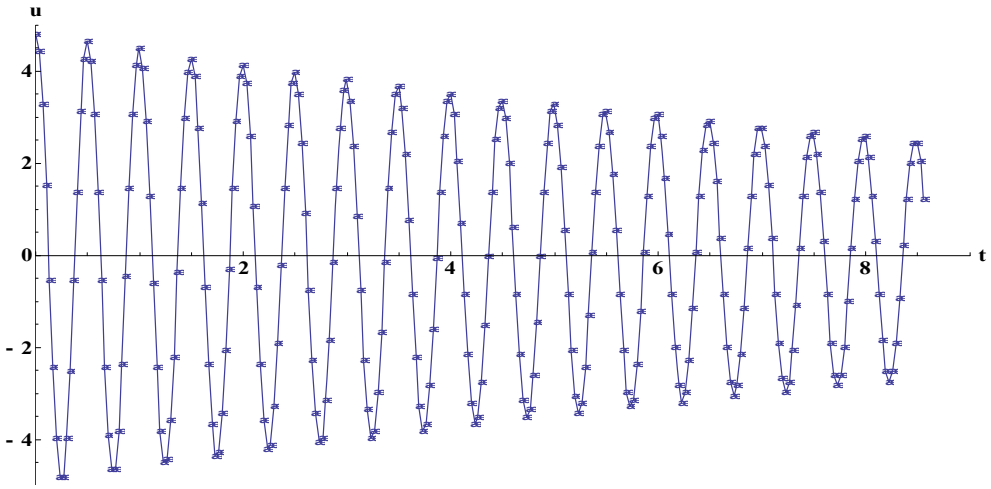
a) b)

Şekil 2. Sarsma tablası üzerinde a)Tek katlı yapı modeli, b)Üç katlı yapı modeli

3. SARSMA TABLASINDA 1 KATLI VE 2 KATLI YAPI MODELLERİNİN DENEYLERİ

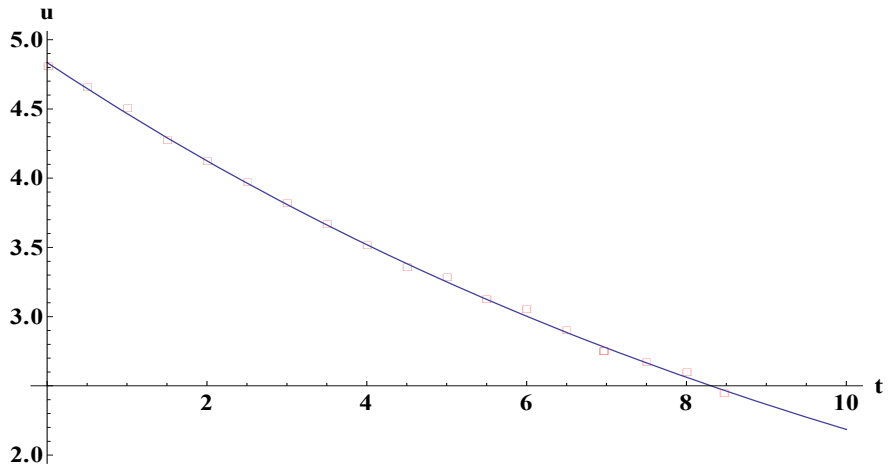
3.1. Sönüm oranının hesaplanması

Sarsma tablası üzerine yerleştirilen bir katlı (tek serbestlik dereceli) yapı modeline tepe noktasından başlangıç deplasmanı verip serbest bırakmak suretiyle serbest salınım yapması sağlanmıştır. Bu serbest salınım esnasında yapının deplasmanları, zamana bağlı olarak görüntü işleme tekniği ile ölçülmüştür (Mertayak, 2009; Türker vd., 2010). Tek katlı modele ait serbest titreşim grafiği Şekil 3'te verilmiştir.



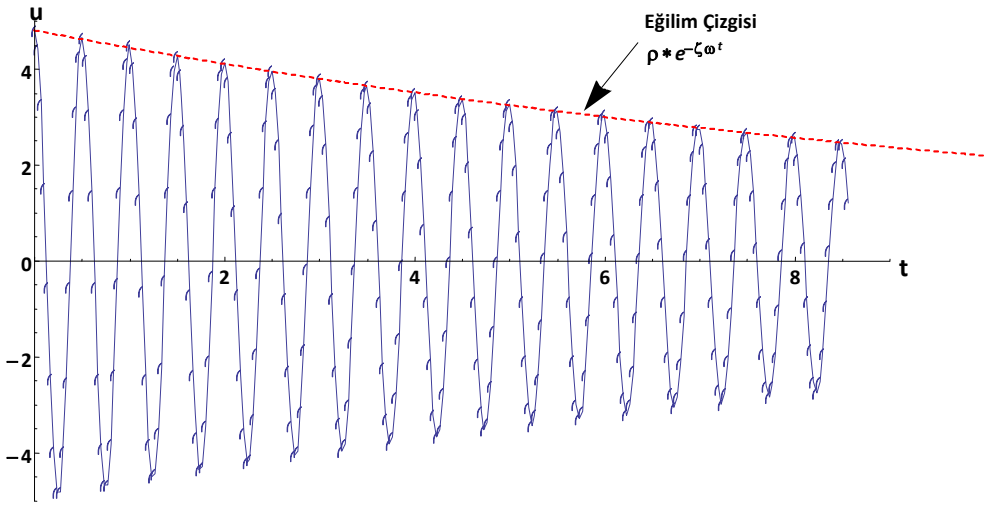
Şekil 3. Tek katlı modelin serbest titreşimi

Bu deney verileri kullanılarak yapının sönümü, iki farklı yaklaşımla bulunmuştur. Şekil 4'te görüldüğü üzere serbest salınımda deplasmanlar, sönüm etkisiyle zamanla azalmaktadır. Bu azalma yapının frekansına, yapının sönümüne bağlı olarak $\pm\rho e^{-\zeta\,\omega\,t}$ denklemi ile ifade edilmektedir (Chopra 1995). Denklemdeki sönüm oranı ζ, en küçük kareler yöntemi ile çözülerek $\zeta = 0,00626$ olarak bulunmuştur.



Şekil 4. Tek serbestlik dereceli sistemin sönüm grafiği

Şekil 4'te yuvarlak noktalar deneyde ölçülen her çevrimdeki maksimum deplasman değerleri, sürekli çizgi ile gösterilen ise uydurulan fonksiyondur. Bu şekilden görüldüğü üzere çok iyi bir yakınsaklıkla azalma fonksiyonu ve aynı zamanda sönüm değeri(ζ) bulunmuştur(Şekil 5).



Şekil 5. Tek serbestlik dereceli sistemin deplasman zaman grafiği

Sönüm değerini Denklem (1) ile verilen ifadeden de bulmak mümkündür.

$$\delta = \frac{1}{n} * \ln\left(\frac{u_i}{u_{i+n}}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{1}$$

Yukarıdaki denklemde, *i* salınımdaki maksimum deplasman, *n* ise i. salınımdan n salınım sonraki durumu ifade etmektedir. Başlangıç ve sonrasındaki 14. salınımda oluşan deplasman dikkate alındığında

$$\delta = \frac{1}{14} * \ln\left(\frac{4,808}{2,889}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{2}$$

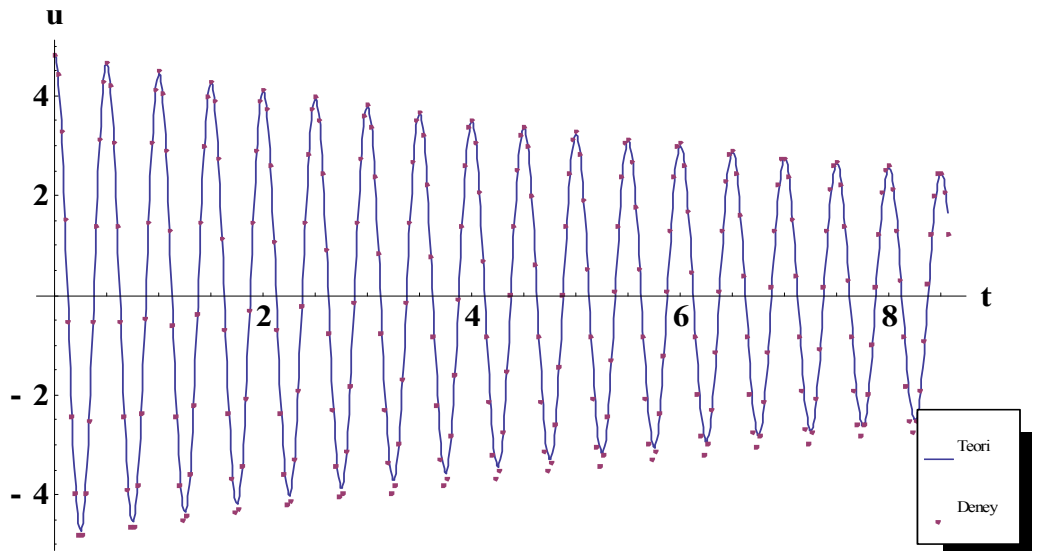
Bu denklem ζ için çözüldüğünde sönüm değeri $\zeta = 0,00619$ olarak bulunur. Görüldüğü üzere sönüm değeri önce bulunan değerle hemen hemen aynıdır.

3.2. Serbest Titreşim

Tek serbestlikli sistemin deprem yer hareketi altında dinamik davranışını idare eden diferansiyel denklem, (3) numaralı denklemde ifade edilmektedir.

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g \tag{3}$$

Denklemdeki sönüm oranı ζ yukarıda 0,00619 olarak bulunmuştur. Yapının açısal frekansı $\left(\omega = 2\pi/T\right)$ yapının periyot değerinden bulunmuştur. Yapının periyodu Şekil 6'da gösterilen deney verilerinde bir salınım için geçen süre hesaplanarak ve aşağıdaki bölümde izah edildiği üzere teorik olarak hesaplanmıştır. Şekil 6, tek serbestlikli yapı modelinin teorik ve deneysel olarak elde edilen serbest titreşim hareketini göstermektedir. Teorik çizimde kullanılan sönüm oranı yukarıdaki bölümde hesaplanan sönüm oranıdır. Görüldüğü üzere teorik ve deneysel sonuçlar çok iyi yakınsamıştır.



Şekil 6. Tek serbestlik dereceli yapı modelinin teorik ve deneysel olarak elde edilen serbest titreşim hareketi

Şekil 6'da görüldüğü üzere serbest salınımda teorik ve deney sonuçlarının karşılaştırılmasında pozitif bölgede kalan tepe noktası değerleri hemen hemen aynı iken, negatif bölgedeki tepe noktası değerlerinde teorik ve deneysel sonuçlar hafif farklıdır. Yazarların kanaatince bu farklılığa deneyde kullanılan çubukların dikey konumda ideal düzlükte olmamaları sebep olmaktadır.

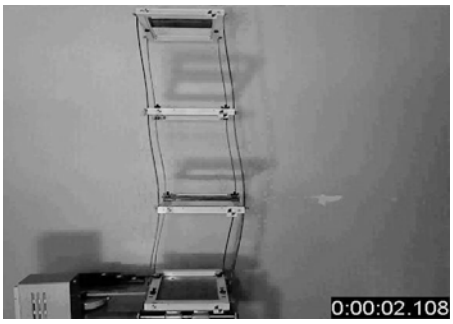
3.3. Periyot Hesaplanması: P-Δ Etkisi

Periyot hesaplamalarında bir katlı ve iki katlı yapı modelleri kullanılmıştır. Bu modellerde birbirinden farklı 3 ağırlık kullanılmıştır. Periyot hesapları hem deneysel olarak hem de teorik olarak bulunmuştur.

- **Deneyle Periyot Hesaplaması**

Tek katlı yapı modellerinin hakim periyot hesabı serbest titreşim deneyi ile yapılmıştır. Yapıya verilen başlangıç deplasmanının tetiklemesi ile oluşan serbest titreşim hareketleri ölçülmüş, salınım tekrarları için geçen süre ölçülerek periyot hesaplanmıştır.

Çok katlı yapı modellerinde yapıların ilk üç periyotları, zorlanmış titreşim deneyleri ile hesaplanmıştır. Sarsma tablasına yerleştirilen yapı modeli harmonik yer hareketine maruz bırakılmaktadır. Harmonik yer hareketinin frekansı yavaş yavaş artırılarak, yapının deplasman genliğinin pik yaptığı frekans, hakim periyodu olarak tespit edilmektedir. Yapı modellerinin yanal rijitlikleri çok küçük olduğundan ilk üç mod şekilleri çıplak gözle net olarak görülebilmektedir. Şekil 7'de 3 katlı yapı modelinin 2. Mod şekli gösterilmektedir.



Şekil 7. 3 katlı yapı modelinin 2. Mod şekli

- **Teorik olarak Periyot Hesaplaması**

Teorik olarak periyotların hesaplanması, P-Δ etkisinin dikkate alınmadığı ve alındığı durumlar için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Tek serbestlikli sistemin P-Δ etkisi dikkate alınmadığı durum için periyot formülü Denklem (4) ile verildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{4}$$

Üç katlı yapı modelinin periyot hesaplaması (P-Δ dikkate alınmadan) kesme kiriş tipi yapı modeli dikkate alınarak aşağıdaki şekilde kütle ve rijitlik matrisleri oluşturulur.

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Serbest titreşim frekansı aşağıda verilen Denklem (7) ile çözülerek elde edilmektedir

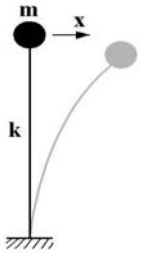
$$\left| K - \omega^2 M \right| = 0 \tag{7}$$

Deneylerde kullanılan modellerin rijitlikleri (k), yapıya uygulanan farklı yanal yüklemelerde deplasmanları ölçülmek suretiyle deneysel olarak bulunmuştur. Tek serbestlikli sistemin P-Δ etkisi dikkate alınarak bulunan periyot hesabı, teorik olarak Denklem (8) ile verilen formülle yapılmıştır.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k - \frac{W}{h}}} \tag{8}$$

İki ve üç katlı yapı modellerinin P-Δ etkisi dikkate alınarak periyotları ETABS'ta modellemeleri yapılarak bulunmuştur. Yukarıdaki denklemde W; kat hizalarındaki düşey yükleri, h; kat yüksekliklerini, m ise kat hizalarındaki kütleleri temsil etmektedir.

Örnek 1) Şekil 8'de gösterilen ucunda ağırlık olan, bir ucu ankastre bir ucu serbest model dikkate alınmıştır. Bu modelde çubuk rijitliği K=0,3582 kgf/m, çubuk uzunluğu 0,29 m'dir. Çubuğun ucuna takılan üç farklı ağırlık için modelin serbest titreşim deneyleri yapılmıştır. Bu modelin periyotları teorik olarak hem P-Δ etkisinin dikkate alınması hem de alınmaması durumları için bulunmuş ve sonuçlar Tablo 1'de gösterilmiştir.



Şekil 8. Tek Serbestlikli Sistem

Tablo 1. Tek Serbestlikli Sistemin Salınım Periyotlarının Kıyaslanması

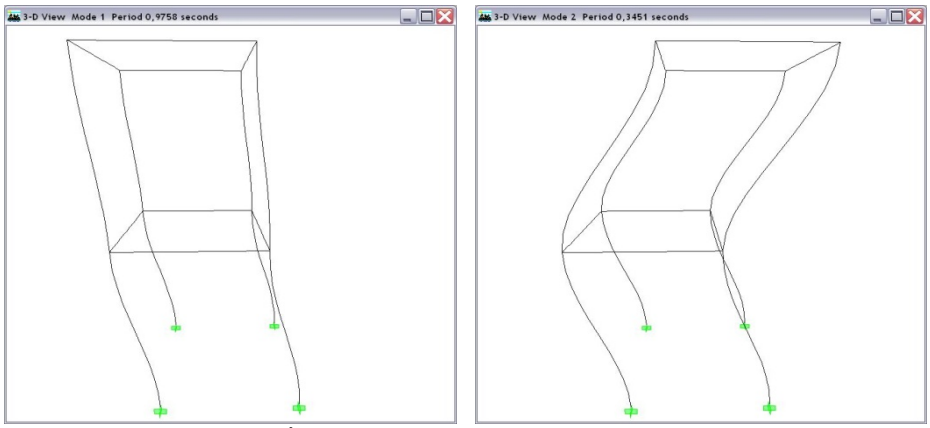
Ağırlık W	Deney	Teori_P-Δ Hariç (% fark)	Teori_P-Δ dahil (% fark)
W1 (0.0119kg)	0,3953	0,3625 (%9,05)	0,3892(%1,57)
W2 (0.0163kg)	0,4726	0,4301(%9,89)	0,4661(%1,39)
W3 (0.0215kg)	0,5576	0,4907(%13,63)	0,5520(%1,01)

Örnek 2) Tek katlı, tek açıklıklı, 4 kolondan oluşan tek serbestlikli sistem dikkate alınmıştır(Şekil 2.a). Modelin rijitliği K=6,33 kgf/m, kat yüksekliği h= 0,285 m'dir. Modelin serbest titreşim deneyi ile periyodu bulunmuştur. Bu modelin periyotları teorik olarak da hem P-Δ etkisinin dikkate alınması hem de alınmaması durumları için bulunmuş ve sonuçlar Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2. Tek Katlı Tek Açıklıklı Sistemin Salınım Periyotlarının Kıyaslanması

	Periyot (sn)	Hata oranı
Deney(sn)	0,5823	-
Teori_P-Δ Hariç	0,5129	%11
Teori_P-Δ Dahil	0,5875	%0,325

Örnek 3) Şekil 2.b'de gösterilen 2 katlı yapı dikkate alınmıştır. Kat rijitlikleri kat ağırlıkları, kat yükseklikleri aynıdır. K1=K2=30,2 kgf/m, h=0,285 m'dir. Bu model P-Δ etkisi dikkate alınarak ETABS' ta çözülmüştür (Şekil 9). Modelin zorlanmış titreşim deneyi ile periyotları bulunmuştur. Bu modelin periyotları teorik olarak da hem P-Δ etkisinin dikkate alınması hem de alınmaması durumları için bulunmuş ve sonuçlar Tablo 3'te gösterilmiştir.



Şekil 9. İki Serbestlikli Sistemin Mod Şekilleri

Tablo 3. İki katlı Sistemin Periyotlarının Kıyaslanması

	Deney	Teori_P-Δ Hariç (% fark)	Teori_P-Δ dahil (% fark)
1.Mod	0.98	0.7522 (%23)	0.9758(%0.66)
2.Mod	0.34	0.2922(%14)	0.3451(%1.21)

4. SONUÇ

Eğitim amaçlı geliştirilen sarsma tablası ile sönüm oranı hesaplaması ve periyot hesaplamaları yapılmıştır. Bu deneylerle bulunan sönüm oranı kullanılarak teorik olarak türetilen serbest salınım denklemleri ile deney sonuçları karşılaştırıldığında sonuçların çok yakın çıktığı gözlemlenmiştir. Çok katlı yapı modellerinde zorlanmış titreşim deneyleriyle, yapı periyotlarının başarıyla bulunabileceği gösterilmiştir. Seçilen yapı modellerinde kolonlar narin oluğundan, P-Δ etkisinin ihmal edilmesinin periyot hesaplamalarında %23'e kadar hata verebileceği gösterilmektedir. Yapıların yanal rijitliğini azaltan P- Δ etkisinin, yapı periyotlarını arttırdığı gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

Baran, T. (2008). Yapıların Dinamik Davranışının Deneysel ve Teorik İncelenmesi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana-Türkiye

Chopra Anıl, K. (1995). Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall, NJ-USA, 19-149

Dyke, SJ., Vaziri, P. and Roblee, C. (2006). Execution of the Vision for NEES Education. Outreach and Training. *Proceedings of the International Conference on Engineering Education*. Puerto Rico.

McGinnis, M., Pessiki, S., Turker, H., Digital Image Correlation Applied to Nondestructive Evaluation of In-situ Stresses in Concrete Experimental Mechanics. Aug 2005; 45: 359 - 367.

Kinay, G., ve Turan, G., (2006). Bir Masaüstü Deprem Simülatörünün İmalatı ve Kontrolü. *Yapısal Onarım ve Güçlendirme Sempozyumu (YOGS)*. Pamukkale- Denizli. 80-85.

Kutanis, M. (2007). Eğitim Amaçlı Bir Deprem Simülatörünün Tasarımı. *Altıncı Ulusal Deprem Mühendisliği Konferaransı*, İstanbul.

Mertayak, C. (2009). Yapı Modellerinin Dinamik Davranışlarının Deneysel ve Teorik İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay.

Türker, HT., Mertayak, C., Kocaman, S. (2010). Application of Digital Image Processing Technique on the Study of Dynamic Response of Structural Models on an Educational Shake Table. *9th International Congress on Advances in Civil Engineering*, 27-30 September 2010. Karadeniz Technical University, Trabzon